

عمر و شکر

* الامعاء والتبقي *

ماثل حاضرات + سكا شمسو

عزوة شوقي

* المنهج

- [1] التعريف بعلم الإحصاء
- [2] طرق الاحتمالات
- [3] المتغيرات العشوائية
- [4] التوزيعات الاحتمالية
- [5] طرق الدخلاء وتطبيقاتها
- [6] الإحصاء بيبي الإحصاء

* أولاً باب التعريف بعلم الإحصاء لا يأتي في الامتحانات ولا يرتب عليه شيء قراءة فقط للفهم مش أكثر

* هدفنا في هذه السلسلة

نظريتي الاحتمالات theory of probabilities

* لاحظ أنه مسائل الاحتمالات عبارة تركيز فهم

* تعريف الاحتمال \Leftarrow probability \Leftarrow P

هو مقياس لإمكانية حدوث حدث ما

والذي يكون في المستقبل وهذه هو شرط الاحتمال

يتم لابد أنه يكون مستقبلي

* مثال \Leftarrow ما هو احتمال أنه تأتي إلى الكلية هذا \Leftarrow مستقبلي

ولاحظ أنه من المحكم أنه تكون معرف شيئاً الاحتمال مستقبلي

ويمكن أيضاً قبل فهمه نظريتي الاحتمالات لا يفهم المحكم حدث
طريف طارئة تقع وقوع الحدث

[1]

مفروضه کسی دست یقع عابیه [مفروضه 1]

مفروضه دست

مفروضه خاتل لوالد هتال فلع مفاک یقیت کقل عد الصفر کؤ

قیت کؤلع عد الواحد و تبها ۷ هتکوه المسأله کله مفروضه

۷ لو کؤنک راجعت المسأله و کانت نفس التیبت نکیت ای

جانب التناخ کؤن الالهتال لایه کؤن یقع عابیه [1-1]

۷ هتال بعض التقریفات (لایه تبها) ۷

۷ لفهم هذه التقریفات هتعمل تجریت بیط

ولیکه إلقاء لزهرة النار و ذلك بفرضه دراسة ظهور رقم فردی

۷ التجریت

هتعمل إلقاء لزهرة النار مفروضه

۷ فراغ الیه

هتعمل إلقاء لزهرة النار مفروضه

کؤن ظهور الویه 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

رقم واحد کؤن کؤنیه و کله

۷ الحادیه ۷ وهو الهدف عد التجریت و فی هذه التجریت الهدف

فیه هو ظهور رقم فردی

۷ الحالات المحکمه

هتعمل إلقاء لزهرة النار مفروضه

۷ الحالات المفصلیه ۷

الحالات التي إذا هیئت یتحقق الهدف عد التجریت

کؤن ظهور الویه 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

[2]

احتمالات Likely Cases

ہاں حوادث کے ساتھ نفس الفرضیت فی الحدوث

لو کہ یہاں ہندو کہہ دیتے کہ

ہر آواز اور آواز سوزا قتل و تم سب

تو یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب

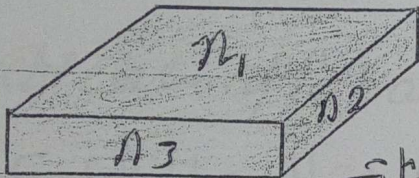
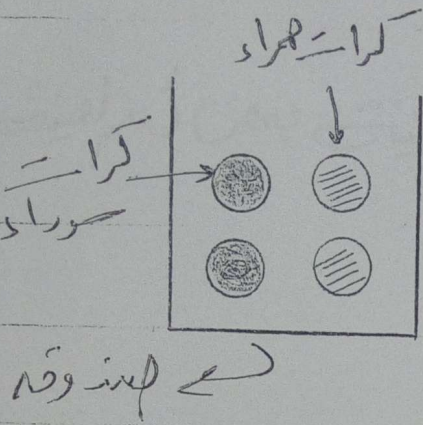
تو یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب

الظہور اور غیبت السب

لا حظ الصلح الموضوح لو تم

القائد ہاں یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب

یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب



الحوادث المتنافیہ

ہو اور ہاں حوادث کے ساتھ نفس الفرضیت فی الحدوث

ولیکہ ہنلقی زہرۃ النار مرة واحدة ← ہاں یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب

الوہج رقم 1 و ح فی نفس الرمیۃ ← لا لہا نہ ہاں

المبادات متنافیۃ mutually exclusive events

یہاں کہہ دیتے کہ قتل و تم سب

الوہج رقم 1 و ح فی نفس الرمیۃ ← لا لہا نہ ہاں

Independent event

الحوادث المستقلۃ

ہاں حوادث کے ساتھ نفس الفرضیت فی الحدوث

لا یؤثر علی الآخر وکھنا

Exhaustive events

الأحداث الشاملة

هي مجموعة الأحداث التي سوف تحتوي

نتائج التجربة

* لاحظ أنه الأحداث الشاملة تحتوي فراغ الحدث يعني أنه لا يحدث

هي مجموعة الأحداث الشاملة

* حساب الاحتمالات *

هناك من يقيد في حساب الاحتمالات

Theoretical approach

الاحتمال النظري

Empirical Approach

الاحتمال التجريبي

* أولئك الاحتمال النظري

هو نسبة بين عدد الاحتمالات

المقصود إلى عدد الاحتمالات الفعلي في فراغ الحدث

بفرض أنه الحالة متعاقبات

* مثال على ذلك

هناك كورب وعضاء في مجلس إدارة الشركة

$[A, B, C, D]$ مراد اختيار عشوي لتفصيل مجلس

الإدارة كورب الآتي

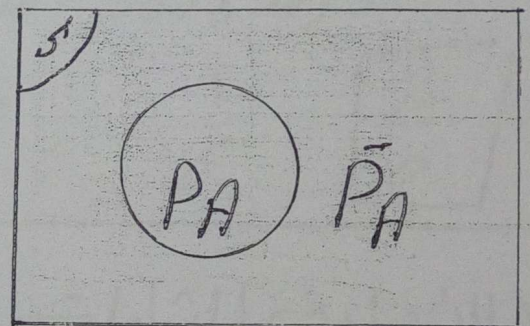
احتمال اختيار الصفوة A ← Amr AlSheshhtawy
 احتمال اختيار الصفوة B ← Belal AlSheshhtawy
 احتمال اختيار الصفوة B, C
 احتمال اختيار الصفوة B, C

* الحل *

لذلك معرفة فراغ الصفوة حيث أن الصفوة

$$S = \{AB, AC, AD, BC, BD, CD\}$$

الاحتمالات $P_A = \frac{3}{6} = 0.5$
 احتمال اختيار الصفوة A



$$P_B = \frac{3}{6} = 0.5$$

* احتمال اختيار الصفوة B, C ← يعني ظهور الصفوة B, C معاً

$$P_3 = \frac{5}{6}$$

(B, C)

* احتمال اختيار الصفوة B, C يعني لا يتم ظهور B, C معاً

$$P_4 = \frac{1}{6}$$

* احتمال عدم اختيار الصفوة A ← نفي

$$P_5 = P_A = \frac{3}{6} = 0.5$$

واحد

الاحتمال + الاحتمال = 1

ياوت واحد $P_A + P_{A'} = 1$ لأن الصفوة

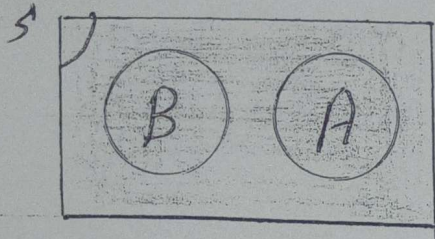
يعني $P_A + P_{A'} = 1$ ياوت فراغ الصفوة

[5]

× قوانين الاحتمالات

١- اجمع الاحتمالات \rightarrow أو و OR U يعني اتحاد

× لهاتين متنافيتين A و B



يعني يمكن حدوثهما معاً

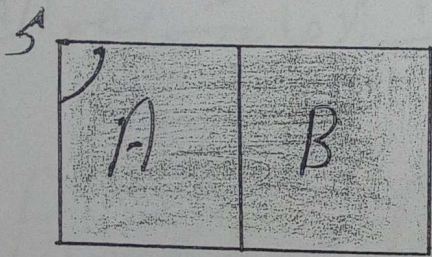
$$P_{A \cup B} = P_A + P_B$$

لـ A و B احتمال ظهور A أو B

مثال مع ذلك ١- تخريب القاذورة النارية واحدة

أو به احتمال ظهور القاذورة ١ أو القاذورة ٢

$$P_1 \text{ or } 3 = P_{1 \cup 3} = P_1 + P_3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \left[\frac{2}{6} \right]$$



× الاحتمالات الشاملة A و B

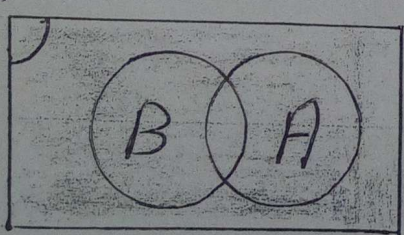
لـ A و B \rightarrow يسمى A و B احتمالات شاملة

لوطاقتهم تحتوي كلتا الحالتين

$$P_{A \text{ or } B} = P_{A \cup B} = P_A + P_B = 1$$

سؤال في يقال أنه $P_A = P_B = 0.5 \Rightarrow$ لوطاقتهم الاحتمالات متساوية

× الاحتمالات الغير متنافيتين وجمع الاحتمالات فيها سيكون اقل من ١



× لاحظ أنه الاحتمالات الغير متنافيتين لانه

لهما منطقة مشتركة بين A و B

$$P_{A \cup B} = P_A + P_B - P_{A \cap B}$$

1) and $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

ونكسر هنا الشرطية فنصل إلى
لازم تكون الأحداث مستقلة

مثال على ذلك

إلقاء زهرة النارد

[1] الحدث A = ظهور الوجه في الرمية الأولى

[2] الحدث B = ظهور الوجه في الرمية الثانية

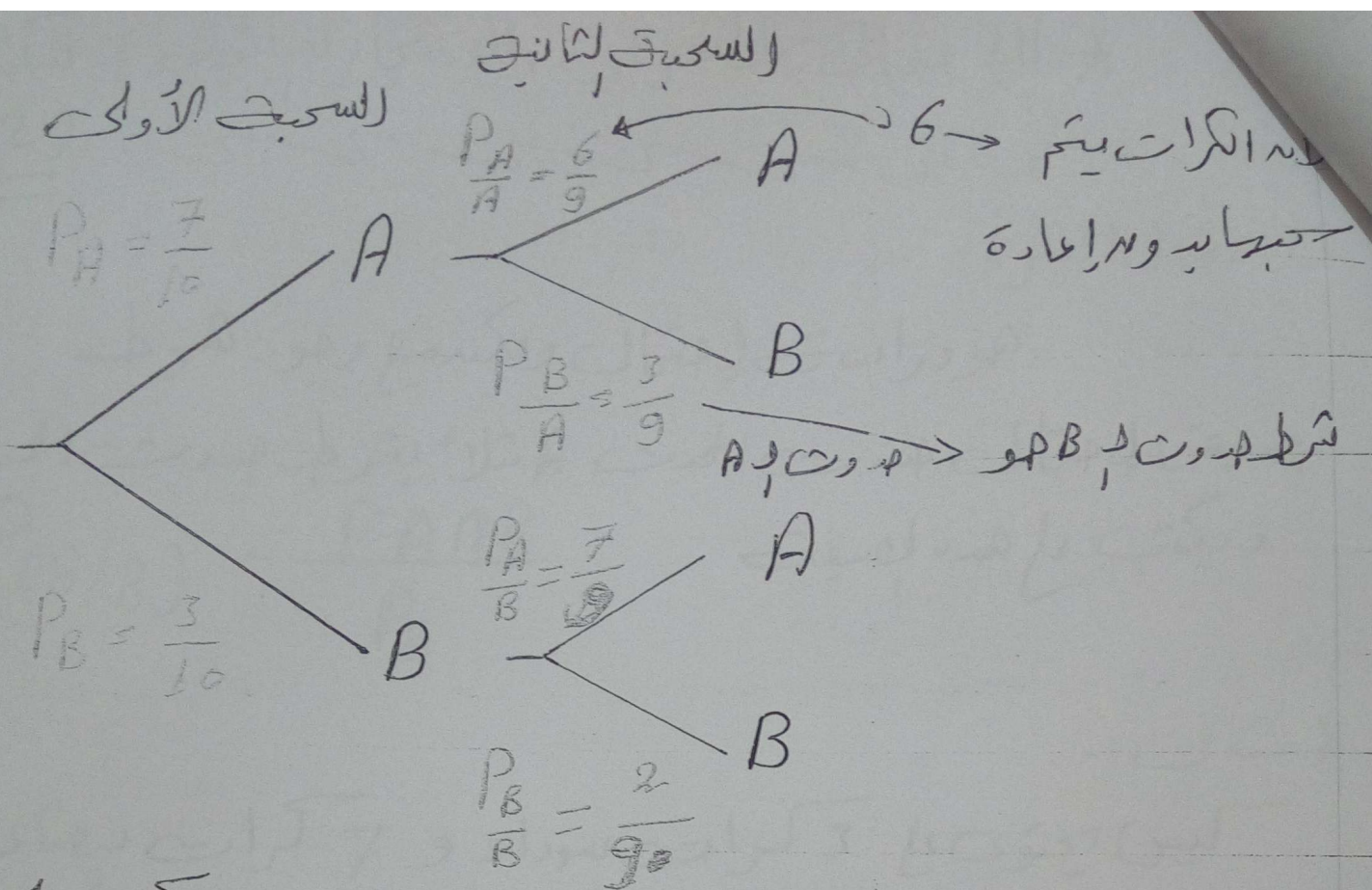
نوجد احتمال ظهور الحدث A والحدث B $P(A \cap B)$

نوجد ما هي هناك سؤال

هل الأحداث مستقلة أم لا الإجابة نعم الأحداث
مستقلة

$$P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



فراغ

1- $\{AA, AB, BA, BB\}$

1] $P(A \cap A) = P_A \times P(A/A) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$

2] $P(A \cap B) = P_A \times P(B/A) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$

3] $P(B \cap A) = P_B \times P(A/B) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$

4] $P(B \cap B) = P_B \times P(B/B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

5] لا حظ أن مجموع كل هذه الاحتمالات = 1

* إلى هتال الشرح والشجار البيضاء * سكتة
(2)

إلى هتال الشرح

هو دراست إلى هتال ونكه مع وهو شرح

* يعني إلى هتال هرت الحت A مثلاً بشرط هرت الحت

ويكتب على هذه الصيغة

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P_B}$$

* مثال ١ -

ليس يحوي على 3 كرات سوداء و 7 كرات بيضاء
لنفرض أننا سحبنا عدد في كرة بيضاء في عادية أو هو

1. إلى هتال أنه تكون الكرات من اللون الأبيض

2. إلى هتال أنه تكون الكرة الأولى كراتين والثانية سوداء

3. إلى هتال أنه تكون الكرة الأولى سوداء والثانية بيضاء

4. إلى هتال أنه تكون الكرات من اللون الأسود

* الحل *

هناك أسلوب قيع في مثل هذه المسائل وهو أسلوب

الشجار البيضاء

ولكنه كد رمز الكرة البيضاء A والسوداء B

* لاحظ في الشجرة البيضاء لو هنعش نواي هيكوه ~~هترب~~ ولو هنعش

نوازي هيكوه هناك جمع هيباه في الحل

قال فهم هذا ما لبأ يأتي في الإمكانات بصفتها
 يعني نفس العكس [يا تيجي في الحيد نرم أو القائل ك همت هذا
 في زهدى الشركات ثم عمل فعل أو فززالعمال كالتالي
 ثم تقسيمهم من حيث درجت التعليم ولأنه كانه العامل مدونه أنزل

درج التعليم الحال	متحقق	متوسط	عالي	Σ
A مدونه	200	150	100	450
B غير مدونه	120	230	200	550
	320	380	300	1000

أوجه الآتى

[1] إعمال كونه يكونه العامل مدونه

[2] إعمال كونه يكونه العامل ذو تعليم عالي

[3] إعمال كونه يكونه العامل ذو تعليم متحقق وغير مدونه

[4] ~ ~ ~ ~ ~ مدونه ذو تعليم متوسط

[5] ~ ~ ~ ~ ~ مدونه بشرط كونه يكونه تعليم عالي

[6] هل الحدثه مدونه وتعليم عالي حدثاه فتأفياه وطارا

[7] هل الحدثاه تعليم متحقق وغير مدونه حدثاه مستقره وطارا

* الحل *

1] $P_A = \frac{450}{1000} = 0.45$ يعبر عن كل المهندسين يفتق النظر عن التقليم

2] $P_E = \frac{300}{1000} = 0.3$ يعبر عن كل التقليم العالي يفتق النظر عن التقليم

3] $P_{[C \cup B]} = P_C + P_B - P_{[C \cap B]}$ لاحظ هنا أنه للإحداثيات غير متنافية لانت

∴ $P_{[C \cup B]} = \frac{320}{1000} + \frac{550}{1000} - \frac{120}{1000} = \frac{3}{4}$ تقاطع في شرط الاحتمال

4] $P_{[AND]} = \frac{150}{1000} = 0.15$

5] $P_{\left[\frac{A}{E}\right]} = \frac{P_{ANE}}{P_E} = \frac{100/1000}{300/1000} = \frac{1}{3}$

6] * الأحداث غير متنافية والسبب أنه بينهم تقاطع أو اشتراك
 $\Rightarrow P_{ANE} = \frac{100}{1000} \neq \text{Zero}$ بمطابقة أفضل

7] $P_{[C \cap B]} = P_C \times P_B$ الأحداث غير متعلقة
فأنه حالة الأحداث المستقلة

↓

3] $\frac{120}{1000} \neq \frac{320}{1000} \times \frac{550}{1000}$ الطرفية لا يوافق بعض
∴ الحدثان غير متعلقان

قائمتے تحتوی علی ۱۵ اولاد و بی بنات تم سب
 بی مراد بدوہ در عارت اولاد الاحتمالات التی

- [1] احتمال اولاد بیوہ کلہم اولاد
- [2] احتمال اولاد بیوہ کلہم صد نفس الجنس
- [3] احتمال اولاد تحتوی الصیت علی اولاد
- [4] احتمال اولاد تحتوی الصیت علی طالبیہ علی اکثر
- [5] احتمال اولاد تحتوی الصیت علی طالبیہ علی الأقل

* الحل *

ولیکہ اولاد هو A والبنات هي B

$$[1] P[ANANA] = P_A \times P_{A/A} \times P_{A/AA}$$

$$\frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{13} = \frac{24}{91}$$

[2] احتمال اولاد بیوہ صد نفس الجنس یعنی اولاد بیوہ بنات
 ← اجمع

$$\frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{13} + \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{2}{7}$$

[3] اولاد تحتوی علی اولاد بیوہ بنات و اولاد تحتوی علی اولاد بنات
 [4] علیہ نقول و اہم ناقص اولاد بیوہ بنات کلہم بنات

$$\times 1 - P$$

$$= 1 - \frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{89}{91}$$

[4] احتمال کُنه محتوی علی طالبیه علی الماکثر کُنی الصیت مینفشی

یزید فیرا عدد علی طالبیه فعلیه نقول و اهدنا حق کُنه تکه
الصیت کلها کُرو [الصیت مفاشی اُردار اُوفیه و اهد اُوفیه اُرتنیه کُ

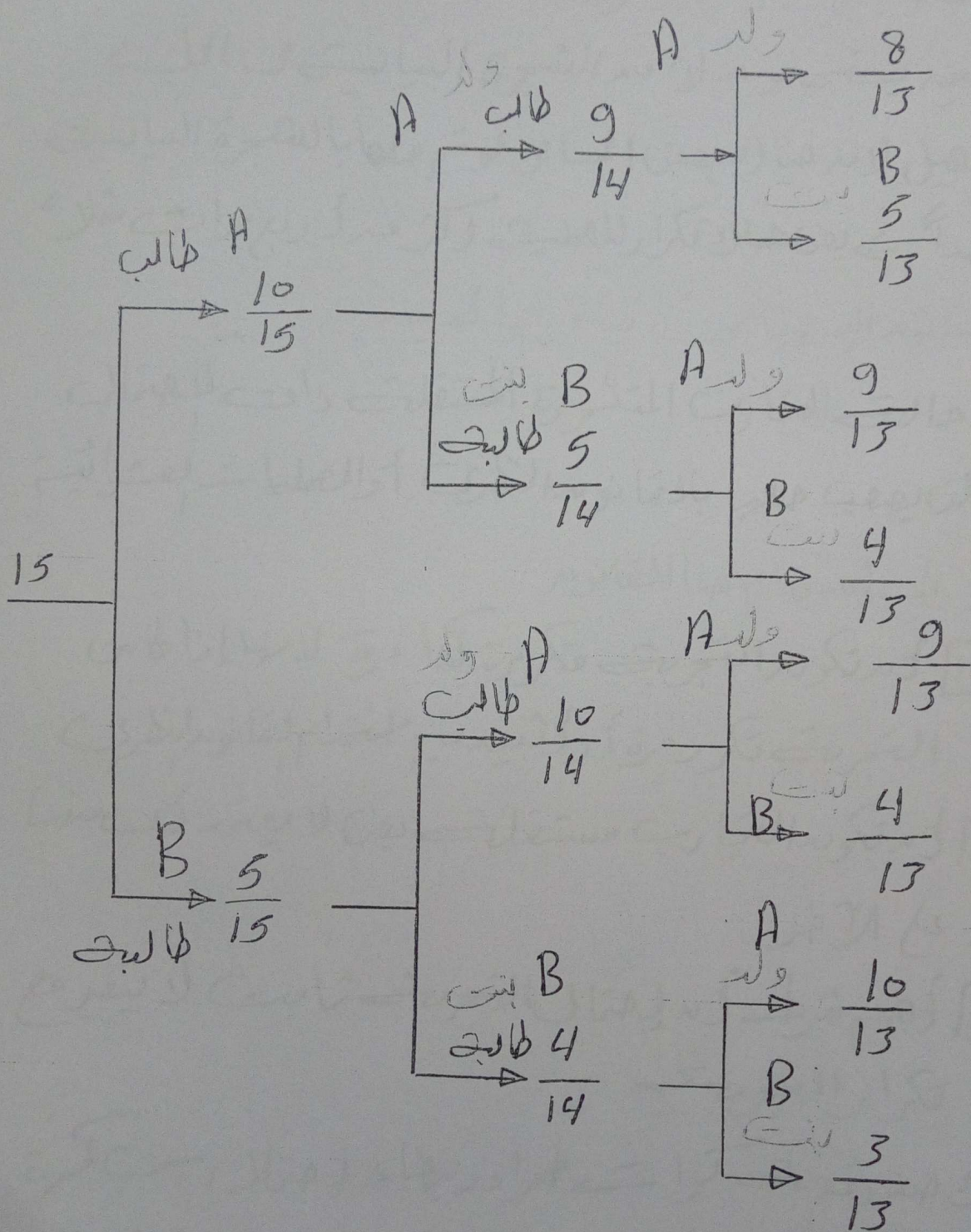
$$P = 1 - P_{\text{و}} = 1 - \frac{10}{15} \times \frac{8}{13} \times \frac{9}{14} = \frac{67}{91}$$

[5] احتمال کُنه محتوی الصیت علی طالبیه علی الأقل

یمن ینفع الصیت بیکه فیرا طالبیه اُرتنیه

$$\frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{8}{13} + \frac{5}{15} \times \frac{10}{14} \times \frac{9}{13}$$

$$+ \frac{10}{15} \times \frac{5}{14} \times \frac{9}{13} = \frac{54}{91}$$



* القانون رقم 10 لسنة 1999

* القانون رقم 10 لسنة 1999

هذه القوانين يستخدمون في الشجرة البيانية في الكل
وذلك للتسهيل لانه هناك بعض المسائل لو تم حلها بالشجرة البيانية
هتكون كبيرة جداً في بعض هناك تكرار للعديد أكثر من أربع مرات مثلاً

* وذلك في القانون رقم 10 لسنة 1999

يستخدم في حالات التجارب المتكررة المستقلة ذات الاحتمال
الثابت والتوزيعات المتساوية بالنظر في التوزيعات العشوائية

* في مثل شروط استخدام هذا القانون

- [1] كونه تكرار التجارب فكرية كذا مرة لا سيما إذا كانت
التجارب فكرية مرة أو اثنين يتم استخدام القانون بالنظر في
- [2] كونه تكرار التجارب مستقلة في لا يعني كونه متساوية

على الآخر

- [3] أنهم شرط كونه احتمال التجارب ثابت لا يتغير مع
تكرار التجارب

* مثلاً لو لديك صندوقاً كرات من مراد وبها 10 كرات سحب كرات
مراد لو كره عدد مرات السحب ثلاث وستم السحب المرة الأولى
بدونه إعادة الكرة هنا نتائج الاحتمال في السحب الثاني
لهيغير لذلك لا يصح استخدام هذا القانون في هذه الحالة
كما لو تم السحب مع الإعادة فنستخدم القانون عددي معالج جديد [4]

القانون المستخدم في القانون الاحتمالي ثنائي الحدين

$$* P = {}^nC_r * [P]^r * [1-P]^{n-r}$$

حيث

n ← عدد مرات التجربة

r ← عدد مرات ظهور الحدث

P ← عدد مرات حدوث الحدث

$1-P$ ← احتمال عدم حدوث الحدث

* لفهم كيف يتعامل هذا القانون لهدف الآتي

سيتم إلقاء عملة معدنية 5 مرات

ووجدنا احتمال ظهور وجه الصورة في 3 مرات

$$\left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right] \times \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right]$$

الاحتمال الظهور في

الوجه

الوجه الخلفي

الوجه الأمامي

الاحتمال عدم الظهور

في الاحتمالات المتبقية

$$\left[\frac{1}{2} \right]^3 \times \left[\frac{1}{2} \right]^2$$

فيها والمراد

وهنا خطأ كبير كنا فرضنا أنه احتمال في

الظهور ستكون في أول 3 مرات رميات وهذا خطأ

القانون النظري لم يجمع كل الاحتمالات الممكنة وهي

$ABC, ACD, ADE, ACE, ABE, ABD, BCD,$

وهكذا يبين هناك أكثر من حالة يحقق المطلوب

[2]

لا غنى عن نقطتي نقود في مرات مساوية في قيمتهما

1] الاحتمال ظهور وجه الصورة في مرات P_1

2] $P_2 \leftarrow \sim \sim \sim \sim \sim$ 4 مرات P_2

3] $P_3 \leftarrow \sim \sim \sim \sim \sim$ 3 P_3

4] $P_4 \leftarrow \sim \sim \sim \sim \sim$ 2 P_4

5] $P_5 \leftarrow \sim \sim \sim \sim \sim$ 1 P_5

6] الاحتمال عدم ظهور الصورة ولا مرة P_6

* الحل *

$$P = C_r^n \times P^r \times [1-P]^{n-r}$$

$$1] P_1 = C_5^5 \times \left[\frac{1}{2}\right]^5 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{5-5} = \frac{1}{32}$$

$$2] P_2 = C_4^5 \times \left[\frac{1}{2}\right]^4 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{5-4} = \frac{5}{32}$$

$$3] P_3 = C_3^5 \times \left[\frac{1}{2}\right]^3 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{5-3} = \frac{5}{16}$$

$$4] P_4 = C_2^5 \times \left[\frac{1}{2}\right]^2 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{5-2} = \frac{5}{16}$$

$$5] P_5 = C_1^5 \times \left[\frac{1}{2}\right]^1 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]^{5-1} = \frac{5}{32}$$

$$[6] P_0 = C_0 * \left[\frac{1}{2}\right]^0 * \left[1 - \frac{1}{2}\right]^0 = \frac{1}{32}$$

در مثال حالت عدم الظهور و لاعبره

سؤال: در بین حالات ممکنه ظهور الوفت $\frac{1}{32}$ چند مرتبه است

$$P_1 = C_0^3 * \left[\frac{1}{6}\right]^0 * \left[\frac{5}{6}\right]^3 = \frac{125}{216}$$

$$P_2 = C_1^3 * \left[\frac{1}{6}\right]^1 * \left[1 - \frac{1}{6}\right]^{3-1} = \frac{25}{72}$$

$$P_3 = C_2^3 * \left[\frac{1}{6}\right]^2 * \left[1 - \frac{1}{6}\right]^{3-2} = \frac{5}{72}$$

$$P_4 = C_3^3 * \left[\frac{1}{6}\right]^3 * \left[1 - \frac{1}{6}\right]^{3-3} = \frac{1}{216}$$

ای می باشد
حالات
الممكنات

لازم هيكونه واحد $\Rightarrow P + [1 - P] \Rightarrow$ لاحظ الاتي

لازم هيساوي $\Rightarrow r + [n - r] \Rightarrow$ لاحظ الاتي

* لاحظ انه الحالات الممكنة للإنتال في الحالة
الابقت مجموعها يساوي واحد لان الحالات متنافية

* قانون الاحتمال المتعدد

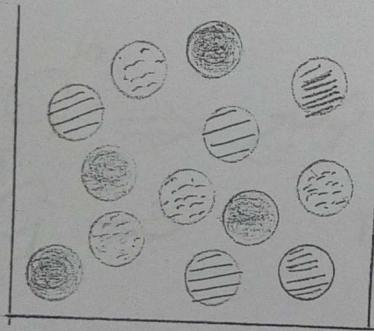
* هذا القانون يستخدم في حالات الاحتمالات الغير ثابتة والتجارب المتكررة الغير مستقلة

يعني تم السحب بدون اعادة

* لفهم كيف سيتم استخدام هذا القانون لنفرض انه لدينا صندوق يحتوي على عدد كامل من الكرات وليكن N لم N هي عبارة عن ثلاثة أنواع من الكرات n_1 و n_2 و n_3 كرات من كل نوع كرات من كل نوع على الترتيب

* اذا قمنا بسحب عدد من الكرات وليكن R بدون اعادة

* ارجو الاحتمال $P = \frac{n_1}{N} \times \frac{n_2}{N} \times \frac{n_3}{N}$ و r_1 و r_2 و r_3



$$P = \frac{n_1}{N} \times \frac{n_2}{N} \times \frac{n_3}{N}$$

حيث n_1, n_2, n_3 هي اعداد الكرات في كل فئة من فئاتها

Check

$$n_1 + n_2 + n_3 = N$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = R$$

$n_1 \Rightarrow$ يعني مايزيد من n_1 عدد الكرات n_1 في كل فئة

وهكذا

قائمتي بهما عدد 10 طلاب و 5 طالبات أخذت

عينت عشوائيه اجمعا 20 % فاصولاهما

[1] لانه تتكون من طالبين وطالبين

[2] لانه تحتوي على طالبات

* الحل *

[1] $R = \boxed{3}$ العينات العشوائيه $N = 15$ العدد الكلي
التي تم أخذها $\frac{20}{100} \times 15$

طالبين وطالبين $P = \frac{{}^{10}C_2 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_3} = \frac{45}{91}$

ل $n = 10$ وأنا عايز فيهم $r = 2$ في أول مثال \Rightarrow نولينج $\Rightarrow {}^{10}C_2$
مندهم عدد 5 طالبات وأنا عايز فيهم $r = 1$ $\Rightarrow {}^5C_1$

[2]

* لانه تحتوي العينات على طالبات يعني

من الممكن لانه تكونه طالبة واحدة أو اثنين أو ثلاث

$$P = \frac{{}^{10}C_2 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^{10}C_1 \times {}^5C_2}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^{10}C_0 \times {}^5C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{67}{91}$$

$$P = 1 - \frac{{}^{10}C_3 \times {}^5C_0}{{}^{15}C_3} = \frac{67}{91}$$

[7]

أول آخر واحد ناقص كلهم طلاب

کیس (احتوی علی ۳ کرات سے مد للوه الأبیض و ۶ کرات
 مد للوه الأحمر و ۳ کرات سے مد للوه الأسود
 تم صاحب ۳ کرات سے عشوائیاً ویدرہ اعادہ
 × فما هو احتمال کده تکرر افکرات سے مد نفس اللوه

× الحل ×

یعنی مد المحکمہ کده تکرر الکرات سے المستوی مد للوه الأحمر أو مد
 اللوه الأبیض أو مد للوه الأسود

$$P = \frac{{}^6C_3 \times {}^6C_0}{{}^{12}C_3} + \frac{{}^3C_3 \times {}^9C_0}{{}^{12}C_3} + \frac{{}^3C_3 \times {}^9C_0}{{}^{12}C_3} = \frac{1}{10}$$

کرات - احمر
کرات - بیضاء
کرات - سوداء

كيسين يحتوي على 12 ككرة متماثلات منها 3 كرات
باللون الأبيض و 3 كرات باللون الأحمر و 6 كرات
باللون الأسود ثم سحب كرات من الكيس به
بإعادة . أو به بإزالة وجود كرات حمراء على الأقل
في الكيس

الحل

يعني أنه يحتوي الكيس على كرات واحدة حمراء أو اثنين
أو ثلاثة أو أصل آخر واحدة ناقص عدم ظهور ~~في~~ كرات
كرات حمراء

$$P = \frac{{}^3C_1 \times {}^9C_2}{{}^{12}C_3} + \frac{{}^3C_2 \times {}^9C_1}{{}^{12}C_3} + \frac{{}^3C_3 \times {}^9C_0}{{}^{12}C_3} = \frac{34}{55}$$

$$P = 1 - \frac{{}^3C_0 \times {}^9C_3}{{}^{12}C_3} = \frac{34}{55}$$

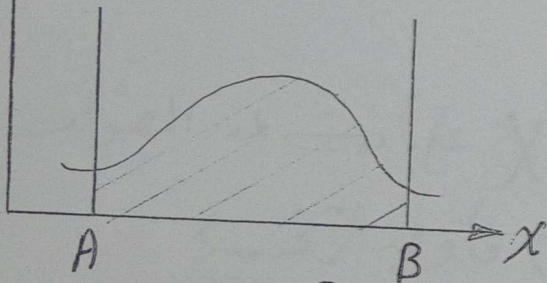
مسألة (4)

* المتغيرات العشوائية *

تقسيم إلى

* متغير عشوائي متصل *

الاحتمال
لـ $A \rightarrow B$ هي
ولكنه لا يمكن تحديدها بالقطعة كما

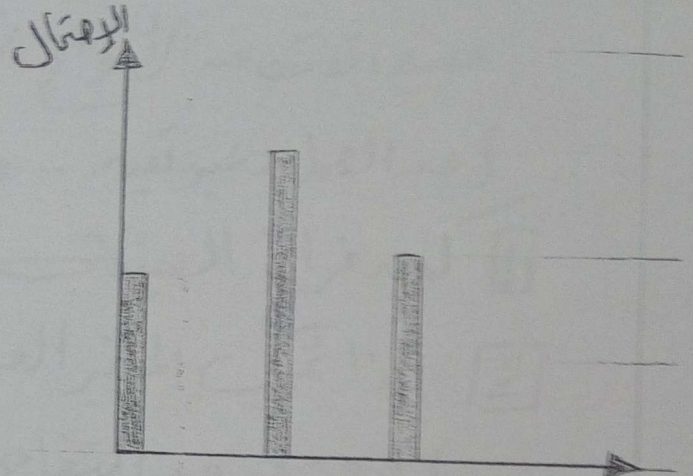


دائماً ما يكون على هيئة فترة

* هنا مثلاً وليكن رُنت يراد درج
دعمار الطالب في كل من هذه
هيكون هناك احتمالاً كثيرة
لذلك نعتبر عن المتغير المتصل

$$X = \{x : 17 < x < 22\}$$

* متغير عشوائي منفصل *



قيم عددية منفصلة

بعضها البعض

* بعض المتغير العشوائي المنفصل
لا يوجد فيه اتصال على
فقط الأعداد وهي يأخذ قيم
متباعدة عن بعضها

* وليكن أسرة مكونة من أولادكم عدد
الذكر [ممكن 1 أو 2 أو 3 أو 4]

$$X = \{x : x = 1, 2, 3, 4\}$$

قيم هذا المتغير
المتغير العشوائي
دقيقة

* المتغير العشوائي المنفصل *

هو الذي يكون عبارة عنه أرقام محددة ومعروفة

إذا كان عدد المعلوم أو عدد نيت في بيئات أو هذا المراتب
للتجارب من التفاضل الأمريكي = 0.6 بينما تكون نيت
في بيئات من الأنواع الأخرى من التفاضل 0.4 ولتستري
وهذا الصلاد عيونيه والمخلوب

لا يكون فراغ العينة

[2] إذا عُرف المتغير العشوائي X على أنه عدد الأصوات

المستراه من التفاضل الأمريكي فأوجد الآتي

* التوزيع الإجمالي للمتغير العشوائي X

** ترسم دالة الاحتمال لهذا المتغير

*** كونه التوزيع الإجمالي التجميعي

**** كونه احتمال $P(X) = 1.00$

$$P(X) \leq 1$$

$$P(X) = 1.5$$

$$P(X) < 1.5$$

* الحل *

للتسهيل عليك عدد التفاضل الأمريكي هو A
وهو عدد الأنواع الأخرى من التفاضل هو B

ط. نه شرط

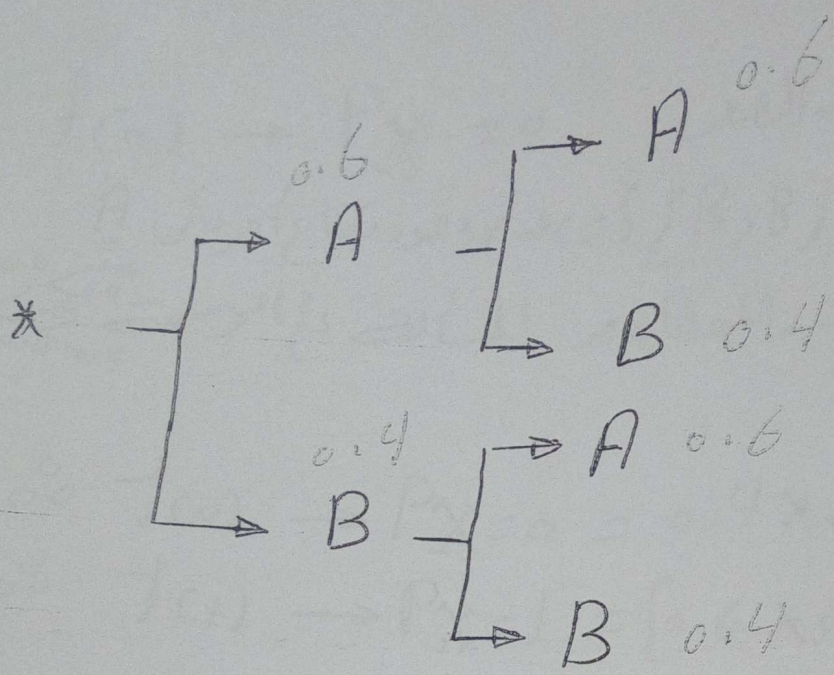
الاحتمالات

$$\square 0 \leq P(x) \leq 1$$

$$\square \sum P_i = 1$$

مجموع الاحتمالات

لازميات واحده



مزاغ الحين

هو = $\{[A, A], [A, B], [B, A], [B, B]\}$
 دي كل الحالات المحتملة والمتوقعة كذا تحت

$$X = \{0, 1, 2\}$$

المتغير العشوائي X وهي قيم المتغير في الاحتمالات الموضحة أعلاه
 ولاحظ انه رقم 1 متكرر مرتين في القيم هنا فخذة مرة واحدة فقط يعني
 ليس لي علاقات بعدد مرات حدوث القيم
 * دالة التوزيع الاحتمالي

قيم المتغير العشوائي X_i	0	1	2	Σ
$f(X_i)$	0.16	0.48	0.36	1.00

لازم يكونه دة واحده

?

$f(0) \rightarrow P_{\bar{X}} = 0$ يعني ان تحقق حالت الصف
 عندما كان الاحتمال $[B, B]$ ذي عدم وجود تقاطع أمريكي A
 ويوضع قيم الاحتمال في المصفاة في المثلث مع الحركة

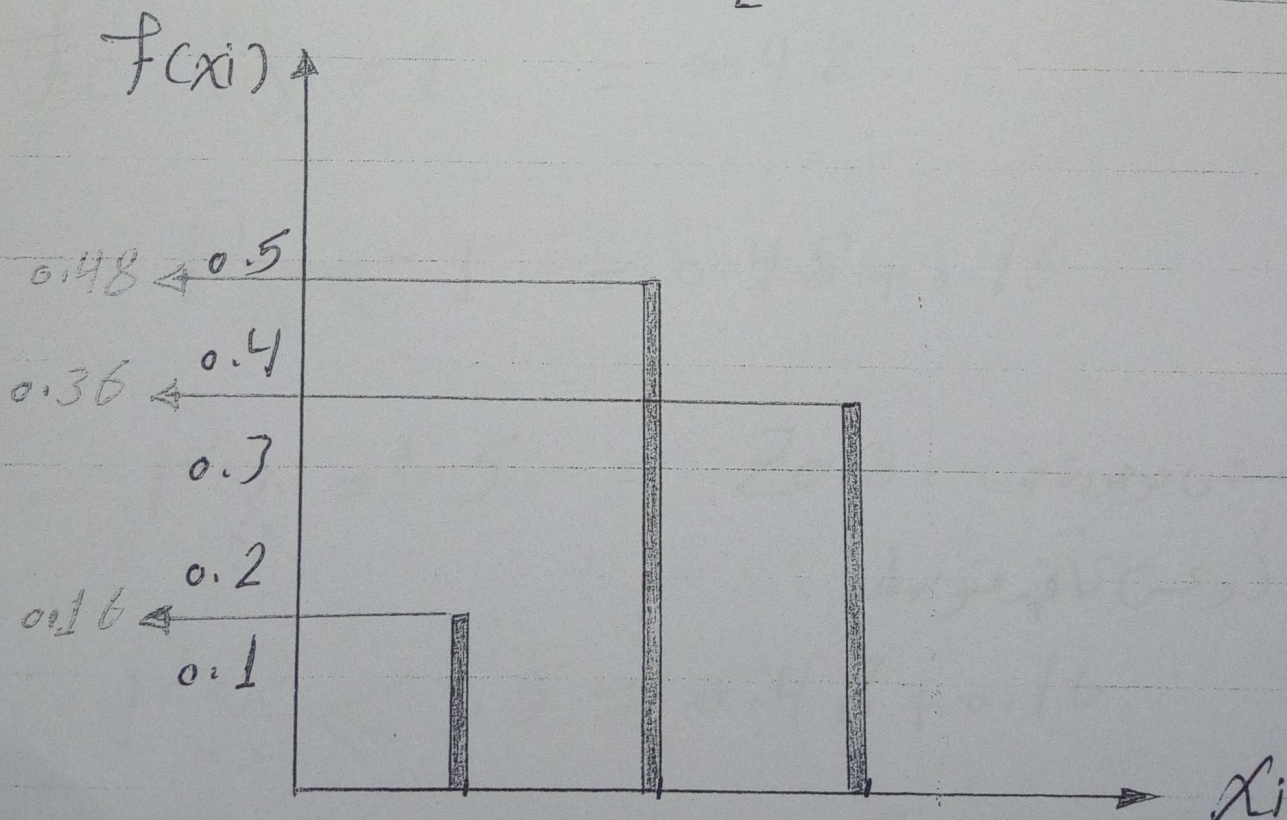
$f(0) \rightarrow P_{\bar{X}} = 0 = 0.4 \times 0.4 = 0.16$

$f(1) \rightarrow P_{\bar{X}} = 1 = [0.6 \times 0.4] + [0.4 \times 0.6]$

هنا ظهر تكرار الواحد ذي عدد مرات حدثت

$= 0.48$

$f(2) \rightarrow P_{\bar{X}} = 2 = [0.6 \times 0.6] = 0.36$



رسم دالة التوزيع الاحتمالي

نموذج التوزيع الاحتمالي (التجميع)

x_i	$f(x)$	$F(x)$
0	0.16	$0.16 + 0$
1	0.48	$0.48 + 0.16$ $= 0.64$
2	0.36	$0.64 + 0.36$ $= 1$
Σ	1.00	

مات
التجميع

الإلتقاء بعد جدول

واحد فقط في الحل

متممًا للوقت

لازم
تكرار

$$* P_X = \text{Zero} = 0.16$$

$$* P_X = 1 = 0.48$$

$$P_X \leq 1 = 0.48 + 0.16$$

$$P_X = 1.5 = \text{Zero}$$

قيمة من مجموعة في

x_i أو على تأخذ متوسط

$$P_X \leq 1.5 = 0.48 + 0.16$$

* لا تعتبر الشوائب الملتصق
 زبنا ما قلنا هيكونه على هيئة فترة \leftarrow يتم استخدام عملية التقابل
 في كل عمل لجميع القيم

* مثال ١ - كانه موجود في المحاضرة والسكنه \leftarrow مهم
 لوذا كانه الانفاقه الشهرى للأسرة بالآلاف حيث
 على المواد الغذائية له والى كثافتى تأخذ الصورة التالية

$$f(x) = \begin{cases} cx[10-x], & \rightarrow 0 < x < 10 \\ 0 & \text{ather wise} \end{cases}$$

والمطلوب كورب

[1] حساب قيمت الثابت C

[2] احسب احتمال انه انفاقه الاسرة يتراوح حابه

8 \rightarrow 5 آلاف جنيهات فى الشهر

[3] اذا كان لدينا ٥٥٠٠ أسرة كمها هو عدد الاسر

الموقع انه يقل انفاقها على 3 آلاف خلال الشهر

بما دقيقت الثابت C مستخدم مفاصل والى
كثافة الاحتمال وهى

$$\int_a^b f(x) dx = 1$$

بين الدالة المعطاة تقابل فى العنصر الى عشرة لازم هياون والى

$$\int_0^{10} C x [10 - x] dx$$

$$C \int_0^{10} [10x - x^2] dx = 1.00$$

$$C \left[\frac{10x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{10} = 1.00$$

$$C \left[\frac{10 \times 10^2}{2} - \frac{10^3}{3} \right] - [0] = 1.00$$

$$C \frac{500}{3} = 1.00 \quad \boxed{C = 0.006}$$

[2] المطلوب الثانى

لدى عاوز الاحتمال كده انتقاه الاسرة يتراوح ما بين 5 و 8
هذه هتفضل على تقابل هيكوه هدرها ب 8 و 5

$$\int_5^8 0.006 [10x - x^2] dx$$

$$= \left[\frac{0.006 \times 10x^2}{2} - \frac{0.006 \times x^3}{3} \right]_5^8$$

$$= \left[\frac{0.006 \times 10 \times 8^2}{2} - \frac{0.006 \times 8^3}{3} \right] - \left[\frac{0.006 \times 10 \times 5^2}{2} - \frac{0.006 \times 5^3}{3} \right]$$

[7]

$$= 0.396$$

المعادلة الثالثة

* عدد الأسر المتوقع أنه يقل إنفاقه عن 3 آلاف فلابد أن

هو ههنا عدد الأسر القابل في إحصائيات أنه يقل الإنفاقه عن 3 آلاف
يقع ههنا على التام وهو رهاه ههنا في

$$\therefore \text{Number of family} = 600 \times P(x < 3)$$

$$600 \times \int_0^3 0.006 [10x - x^2] dx$$

$$600 \times \left[0.006 \left[\frac{10x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^3 \right]$$

$$600 \times \left[0.006 \left[\frac{5 \times 3^2}{1} - \frac{3^3}{3} \right] \right] = 129.6$$

$$= 130 \approx \text{family}$$

* بعض مسائل الاحتمالات *
 * بعض مسائل الاحتمالات *

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

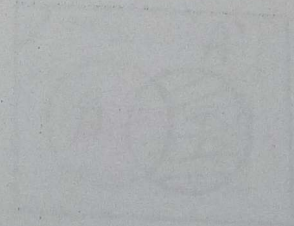
$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{13}{24}$$

$$P(A \cap B) = P(B) - P(A \cap \bar{B})$$

$$= \frac{13}{24} - \frac{1}{4} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(A \cap \bar{B}) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

إذا كان $A \sim B$ في تجربة عشوائية وكان

$$P[A \cup B] = \frac{3}{4} \quad \text{و} \quad P[A \cap B] = \frac{1}{8} \quad P[A] = \frac{2}{3}$$

أوجد الآتي

$$\text{I} \quad P[A \cap B] \quad \text{II} \quad P[A \cap \bar{B}]$$

$$\text{III} \quad P[\bar{A} \cup B] \quad \text{IV} \quad P[\bar{B} - A]$$

الحل

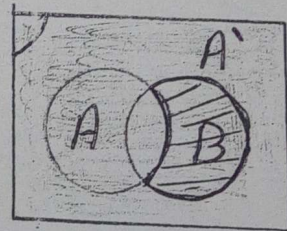
أولاً نحسب $P[A] = 1 - P[\bar{A}] = 1 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$

ثانياً نحسب $P[B]$ $\because P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{3} + P[B] - \frac{1}{8}$$

$$\because P[B] = \boxed{\frac{13}{24}}$$

$$\text{I} \quad P[A \cap B] = P[B] - P[A \cap \bar{B}]$$



$$= \frac{13}{24} - \frac{1}{8} = \frac{10}{24} = \boxed{\frac{5}{12}}$$

$$\text{II} \quad P[\bar{A} \cup B] = P[\bar{A}] + P[A \cap B] = 1 - [P[A] - P[A \cap B]]$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \boxed{\frac{19}{24}}$$

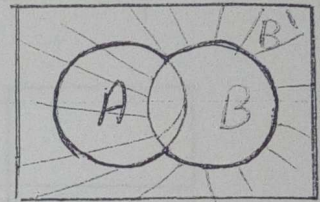
Q

نآفر للحلول الثاني ← صيغة القانون

$$\begin{aligned} [2] \quad P[A \cup B] &= P_A + P_B - P_{A \cap B} \\ &= \frac{2}{3} + \frac{13}{24} - \frac{5}{12} = \frac{19}{24} \end{aligned}$$

$$[3] \quad P[B - A] = P_B - P[B \cap A] = 1 - P[A \cup B]$$

$$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$



$$[4] \quad P[A - B] = P[A] - P[A \cap B]$$

$$= P[A] - P[A \cap B] = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$$

في إحدى الفرقه الجاهليه وليكن الفرقه
 الثانيه مدني ثم تقسم الطالب على
 هيا النحو وطلوب ايجاد الآتي مع العلم
 انك يراد اختيار طالب من هذه الصفه
 وليكن من هذه الصفه مكنه 100 طالب مثلاً

	اختيار	P.P	P	
فقط	10	25	30 → 65	
خارج فقط	5 ↓	10 ↓	20 ↓ → 35	
	15	35	50 → 100	

أوليه

[1] احتمال أن يكون الطالب من فقط P_1

[2] ~ ~ ~ ~ ~ تقدير به P_2

[3] احتمال أن يكون به به أكثر P_3

[4] احتمال أن يكون به به الأقل P_4

[5] احتمال أن يكون من خارج فقط P_5

[6] ~ ~ ~ ~ ~ أو اختيار P_6

[7] احتمال أن يكون من خارج فقط ولا يقل به P_7

[8] احتمال أن يكون تقدير أكثر به به أو من خارج فقط P_8

الاحتمال باختيار الطالب من لفظ واحتمال اختيار تقدير جيد
 مرتبة مستقلة من أهم لا وعلما
 هل الحد من اختيار الطالب جيد أو اختيار
 صفاتية أو لا وعلما

× لفظ ×

$$P_1 = \frac{65}{100} = \boxed{0.65}$$

$$P_2 = \frac{50}{100} = \boxed{0.5}$$

$$P_3 = \frac{35+50}{100} = \boxed{0.85}$$

$$P_4 = \frac{15+35}{100} = \boxed{0.5}$$

$$P_5 = \frac{20}{100} = \boxed{0.2}$$

$$P_6 = P + P - P$$

$$P_6 = \frac{35+15-5}{100} = \boxed{0.45}$$

← احتمال خارج لفظ
 ← احتمال اختيار
 ← خارج لفظ، اختيار

$$P_7 = \frac{5+10}{100} = 0.15$$

$$P_8 = \frac{15+35-5}{100} = \boxed{0.45}$$

$$P = \frac{65}{100} = \boxed{0.65}$$

$$P = \frac{50}{100} = \boxed{0.5}$$

وبتطبيق الجداول الآتية

$$P = \frac{30}{100} = \boxed{0.3}$$

$$P = P \times P$$

[4]

لفظ لفظ لفظ لفظ

٥٥

$$0.5 \times 0.65 \neq 0.3$$

٥٥ الحاشية غير متقلبة لانت لم يتحقق شرط
الاستقلالية وهذا ينطبق لانت لا مانع من ذلك
فيكون الطالب قد فهمنا وهاهنا على وجه

٥٥ دول حاشية متنافية

$$P = \frac{0}{100} = 0$$

يفض متفهم في الاثنية يحصل مع
بعض يفن لا يصح كذا يحصل الطالب على تقدير جيد في نفس
الوقت ان اهل على وجه كذا لا يحصل على امتياز

فلا بد

لح لو كان هناك تقاطع بين الحاشية يكون غير متنافية
أو لو كان التقاطع يارى فهو يكون متنافية

↓

5

أفادت من المحاضر

صالحه محمد علي المتفرا

المشواشي

المقدمات

وعملت على المتفرا المقدمات موجودة

في شكله به الدكتور شمرها في المحاضر



B

إذا كان احتمال أنه ينتج طاب في مادة الإحصاء هو $\frac{1}{4}$ تقدم للإمتحان ثلاث طلاب إذا فرضنا أنه لا تقل عدد الناجحين وهو النتائج والمحكمة واستنتج التوزيع الاحتمالي للمقررات

* الحل *

السؤال: وهو النتائج المحكمة يبقى ما يترك النتائج المتوقعة منها وهي أنه ينتج الثلاثة طلاب أو اثنين أو واحد أو أنه لا ينتج أي منهم. هذه قيم المقررات المحكمة هي [3 و 2 و 1 و 0]

* لإيجاد قيم المقررات المحكمة يتم استخدام إحدى القوانين والنسب واستناداً إلى ذلك يجب نقل الحالات (أما قانون شجرة البيان أو ثنائي الحد أو الهابر هو مقرر) * نجد هنا أنه القانون الأمثل والأسهل هو ثنائي الحد وذلك لتوافر شروطه وهما أنه الاحتمال هنا ثابت عبارة عن 1/4

$$P = \frac{1}{4} \quad n = 3$$

هذه قانون ثنائي الحد

$$P = C_r^n \times [P]^r \times [1-P]^{n-r}$$

احتمال عدم نجاح الطلاب

$$[1] P(x)=0 = {}^3C_0 \times \left[\frac{1}{4}\right]^0 \times \left[1-\frac{1}{4}\right]^{3-0} = \frac{27}{64}$$

احتمال نجاح طالب واحد

$$[2] P(x)=1 = {}^3C_1 \times \left[\frac{1}{4}\right]^1 \times \left[1-\frac{1}{4}\right]^{3-1} = \frac{27}{64}$$

احتمال نجاح 2 منهم

$$[3] P(x)=2 = {}^3C_2 \times \left[\frac{1}{4}\right]^2 \times \left[1-\frac{1}{4}\right]^{3-2} = \frac{9}{64}$$

احتمال نجاح كل الطلاب الثلاثة

$$[4] P(x)=3 = {}^3C_3 \times \left[\frac{1}{4}\right]^3 \times \left[1-\frac{1}{4}\right]^{3-3} = \frac{1}{64}$$

المتغير العشوائي

* سيتم عمل جدول بهذا الشكل

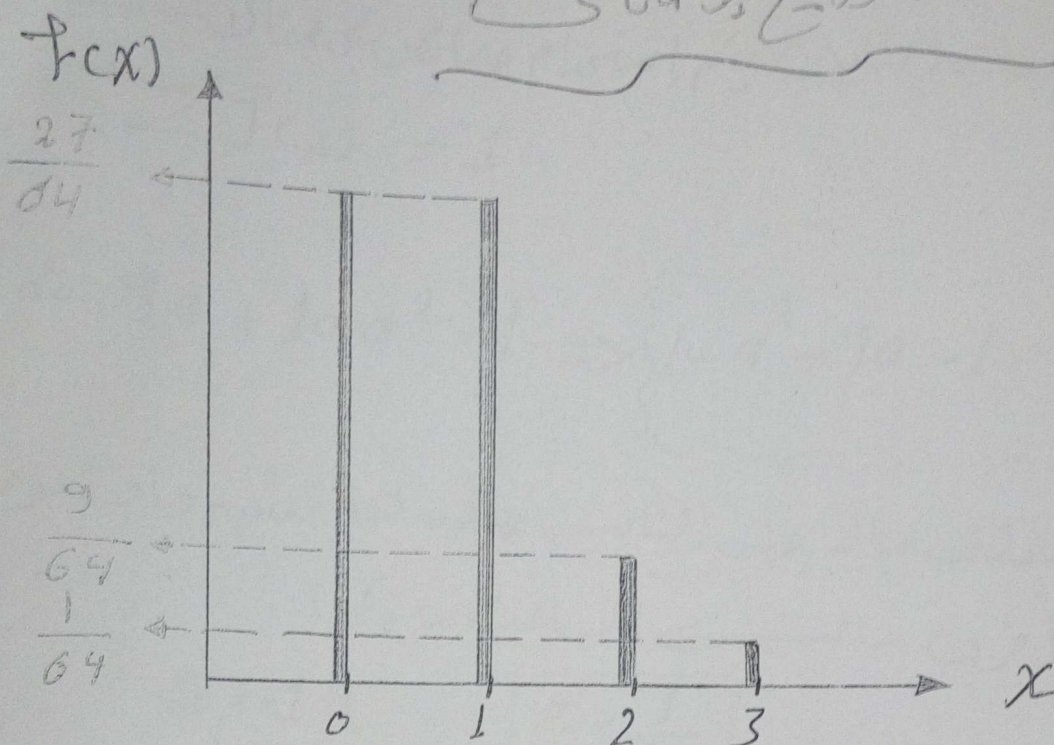
x	0	1	2	3	Σ
$f(x)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$	1.00
$F(x)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{63}{64}$	1.00	

← لازم مجموع دونه
ساوي واحد

← الاحتمال التجميعي

⑧

نظم دالة التوزيع الاحتمالي



بعد المحاكاة نجد نتائج هذه المسائل بشكل آخر ونرى بعض
الجدول ونجيب عن المسائل ومثال مع ذلك

مثال 3 وهم

لـ إذا كانه لا فنحن نحتاج له دالة احتمال مع الصورة الآتية

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	0	a	$2a$	$2a$	$3a$	a^2	$2a^2$	$7a^2 + a$

المطلوب الآتي

1] أوجد قيمة الثابت a

2] أوجد احتمال $P(x < 4)$

3] أوجد احتمال $P[3 < x < 7]$

9

المطلوب الأول

لايجاد قيمت الثابت يتم استخدام صفات الاحتمال

$$\sum_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$$

$$\infty \quad 9a + 10a^2 = 1 \Rightarrow 10a^2 + 9a - 1 = 0$$

معادلات من الدرجة الثانية هيكون لها قيمتين واحدة موجبة
والاخرى سالبة

$$a = -1 \times$$

$$a = \frac{1}{10}$$

المطلوب الثاني

$$P \quad x < 4 = 0.5$$

يتم القويض بقيمت الثابت في الجدول

المطلوب الثالث

$$P \quad 3 < x \leq 7$$

$$\Rightarrow [3a + a^2 + 2a^2 + 7a^2 + a]$$

$$= \left[\frac{3}{10} + 0.1^2 + 2\left[\frac{1}{10}\right]^2 + 7[0.1]^2 + 0.1 \right] = 0.5$$

دقة كاد لازم يساوي نفس

م

مشاركتكم