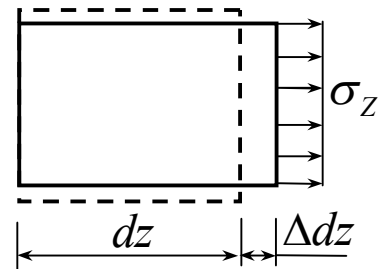
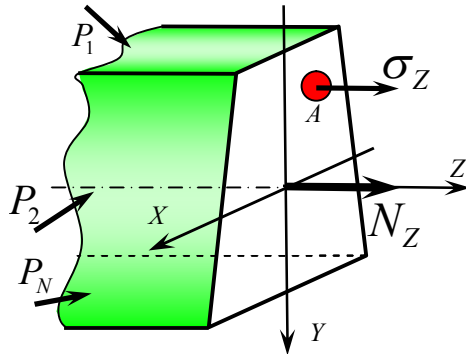
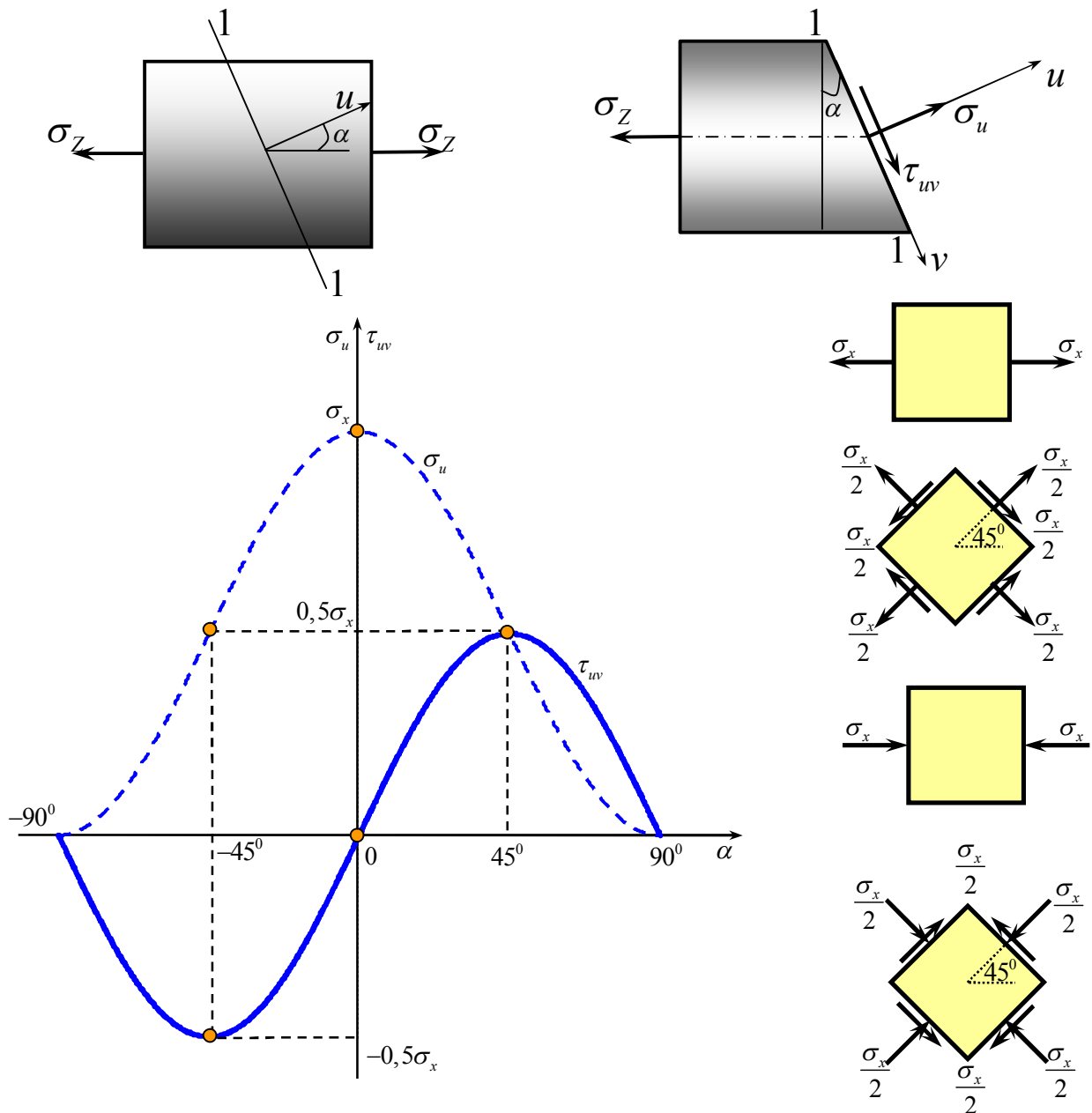


Chương 03**THANH CHỊU KÉO-NÉN ĐÚNG TÂM****I) TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

- 1) Tồn tại duy nhất một thành phần nội lực, lực dọc  $N_z$  trên mặt cắt ngang.
- 2) Quy ước dấu của nội lực:  $N_z > 0$  khi hướng ra mặt cắt (kéo).
- 3) Vẽ biểu đồ nội lực lực dọc  $N_z$ :
  - Biểu đồ lực dọc hơn biểu đồ tải phân bố một bậc.
  - Nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung biểu đồ  $N_z$  có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung, nhảy về dương khi lực gây kéo, nhảy về âm khi lực gây nén.
  - $N_z$  cuối đoạn bằng  $N_z$  đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (hợp lực phân bố kéo dương, nén âm).
- 4) Định luật Hooke:  $\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z$  ( $\sigma_z$ : ứng suất pháp dọc trục,  $E$ : mô đun đàn hồi của vật liệu,  $\varepsilon_z$ : biến dạng dài dọc trục)
- 5)  $N_z$  sinh ra ứng suất pháp dọc trục phân bố đều trên mặt cắt ngang:  $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$ 
  - $N_z$ : nội lực tại mặt cắt có điểm tính ứng suất.
  - $F$ : diện tích mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất.
- 6) Ứng suất trên mặt cắt nghiêng

$$\begin{cases} \sigma_u = \sigma_z \cos^2 \alpha \\ \tau_{uv} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$



7) Biến dạng dài dọc trục:  $\Delta L = \int_L \frac{N_z}{EF} dz$ ;  $\varepsilon_z = \frac{\Delta L}{L} (\%)$

Khi  $EF = \text{const}$  trên từng đoạn chiều dài  $L_i$ :  $\Delta L = \sum_{i=1}^n \left( \frac{S_{N_z}}{EF} \right)_i$

Trong đó:  $S_{N_z}$  - Diện tích biểu đồ lực dọc  $N_z$

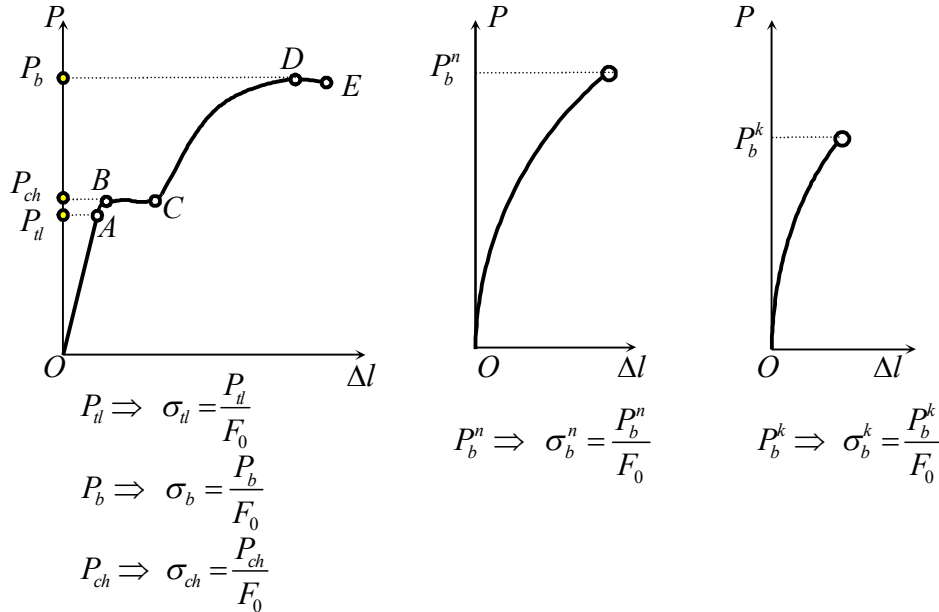
$E$  - Môđun đàn hồi của vật liệu

$F$  - Diện tích mặt cắt ngang

8) Quan hệ giữa biến dạng dài dọc trục và biến dạng:  $\varepsilon_n = -\nu \cdot \varepsilon_z$  ( $\nu$  là hệ số Poisson)

9) Thế năng biến dạng đàn hồi:  $U = \int_L \frac{N_z^2}{2EF} dz$

10) Biểu đồ kéo-nén vật liệu:



11) Điều kiện bền:

○ Vật liệu dẻo:  $\max(|\sigma_z|) = \left| \frac{N_z}{F} \right|_{\max} \leq [\sigma]; [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n}$

○ Vật liệu giòn:  $\begin{cases} \sigma_{\max} \leq [\sigma_k]; [\sigma_k] = \frac{\sigma_b^k}{n} \\ |\sigma_{\min}| \leq [\sigma_n]; [\sigma_n] = \frac{\sigma_b^n}{n} \end{cases}$

12) Điều kiện cứng:  $\Delta L \leq [\Delta L]$  hoặc  $\frac{\Delta L}{L} \leq \left[ \frac{\Delta L}{L} \right]$

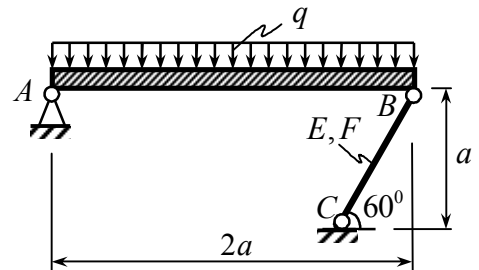
## II) VÍ DỤ

**3.1. Ví dụ 1:** Thanh AB tuyệt đối cứng chịu liên kết gối cố định tại A, đầu B được giữ bởi thanh BC như hình 3.1a. Thanh BC làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và có diện tích mặt cắt ngang  $F$ .

Biết

$$q = 250 \text{ kN/m}; a = 1,5 \text{ m}; [\sigma] = 25 \text{ kN/cm}^2; E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

a) Xác định phản lực liên kết tại gối A và ứng lực trong



Hình 3.1a

BC theo  $q$  và  $a$ .

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang  $F$  để thanh BC bền.

c) Tính biến dạng dài dọc trục của thanh BC theo  $q, a, E, F$ .

d) Tính chuyển vị thẳng đứng tại B.

a) Xác định phản lực: xét cân bằng thanh AC như hình

$$\Sigma m_B = Y_A 2a - q \cdot 2a \cdot a = 0 \Rightarrow Y_A = qa$$

$$\Sigma F_y = Y_A - 2qa + N_B \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow N_B = 2qa / \sqrt{3}$$

$$\Sigma F_x = -X_A + N_B \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow X_A = qa / \sqrt{3}$$

b) Theo điều kiện bền:  $\sigma_z = \frac{N_B}{F} \leq [\sigma] \Leftrightarrow \frac{2qa}{\sqrt{3}F} \leq [\sigma]$

$$\Rightarrow F \geq \frac{2qa}{\sqrt{3}[\sigma]} = \frac{2 \cdot 250 \cdot 1,5}{\sqrt{3} \cdot 17,4} = 17,32 \text{ cm}^2 \quad \text{Chọn } F = 17,4 \text{ cm}^2$$

c) Biến dạng của thanh BC:

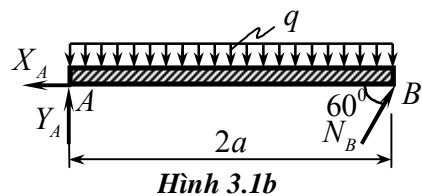
$$\Delta L_{BC} = \frac{N_B L_{BC}}{EF} = \frac{2qa}{\sqrt{3}EF} \cdot \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{4qa^2}{3EF} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 1,5^2}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 17,4} = 2,115 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 2,115 \text{ (mm)}$$

d) Chuyển vị thẳng đứng tại B:

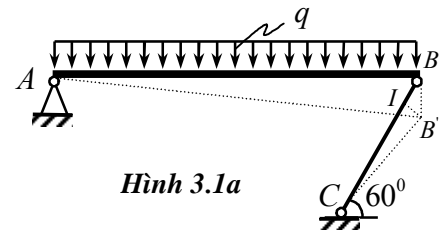
Thanh AB tuyệt đối cứng (không biến dạng) nên khi thanh CB biến dạng, thanh AB quay quanh gối cố định A đến vị trí AB'. Vì biến dạng bé nên có thể xem  $BB' \perp AB$ , từ B' kẻ  $B'I \perp BC$ . Vì biến dạng bé ta có thể xem  $CB' \approx CI$  nên  $BI = \Delta L_{BC}$ .

Trong tam giác vuông  $BIB'$  ta có chuyển vị thẳng đứng tại B:

$$BB' = \frac{BI}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Delta L_{BC} = \frac{2}{\sqrt{3}} 2,115 = 2,442 \text{ (mm)}$$



Hình 3.1b



Hình 3.1a

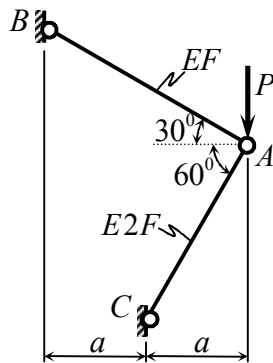
**3.2. Ví dụ 2:** Hai thanh AB và AC làm cùng một loại vật liệu có ứng suất cho phép  $[\sigma]$ , mô đun đàn hồi  $E$ , diện tích mặt cắt ngang của hai thanh lần lượt là  $F$  và  $2F$ . Hai thanh chịu liên kết khớp tại B và C, được nối với nhau bởi khớp A. Kích thước và tải trọng tác dụng lên kết cấu như hình 3.2a.

Biết:  $[\sigma] = 12 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$ ;  $P = 150 \text{ KN}$ ;  $a = 2 \text{ m}$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

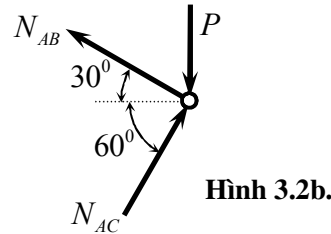
a) Xác định ứng lực trong hai thanh AB và AC.

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang ( $F$ ) để hai thanh AB và AC cùng bền.

c) Tính biến dạng dài dọc trục của hai thanh AB và AC.



Hình 3.2a.



Hình 3.2b.

a) Tách nút tại A, đặt các ứng lực của hai thanh như hình 3.2b. Xét cân bằng tại khớp A.

$$\sum X = -N_{AB} \cos 30^\circ + N_{AC} \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow N_{AC} = \sqrt{3} N_{AB} \quad (1).$$

$$\sum Y = N_{AB} \sin 30^\circ + N_{AC} \sin 60^\circ - P = 0 \Rightarrow N_{AB} + \sqrt{3} N_{AC} = 2P \quad (2).$$

Thay (1) vào (2):  $N_{AB} + 3N_{AB} = 2P \Rightarrow N_{AB} = \frac{1}{2}P$ ,  $N_{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}P$

b) Ứng suất phát sinh trong hai thanh AB và AC

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{F} = \frac{1}{2} \frac{P}{F} \quad (\text{thanh AB chịu kéo})$$

$$\sigma_{AC} = -\frac{N_{AC}}{2F} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{P}{F} \quad (\text{thanh AC chịu nén})$$

Ứng suất lớn nhất phát sinh trong kết cấu:  $|\sigma_z|_{\max} = \sigma_{AB} = \frac{P}{2F}$

Theo điều kiện bền:  $\sigma_{AB} = \frac{P}{2F} \leq [\sigma] \Rightarrow F \geq \frac{P}{2[\sigma]} = \frac{150}{2 \cdot 12} \text{ cm}^2 = 6,25 \text{ cm}^2$ .

Chọn  $F = 6,3 \text{ cm}^2$ .

c) Biến dạng dài dọc trục của hai thanh:

$$\Delta L_{AB} = \frac{N_B L_{AB}}{EF} = \frac{\frac{1}{2} P \cdot \frac{4a}{\sqrt{3}}}{EF} = \frac{2Pa}{\sqrt{3}EF} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 200}{\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 6,3} \approx 0,275 \text{ cm}$$

$$\Delta L_{AC} = \frac{N_C L_{AC}}{E \cdot 2F} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} P \cdot 2a}{E \cdot 2F} = \frac{\sqrt{3} Pa}{2EF} = \frac{\sqrt{3} \cdot 150 \cdot 200}{2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 6,3} \approx 0,206 \text{ cm}$$

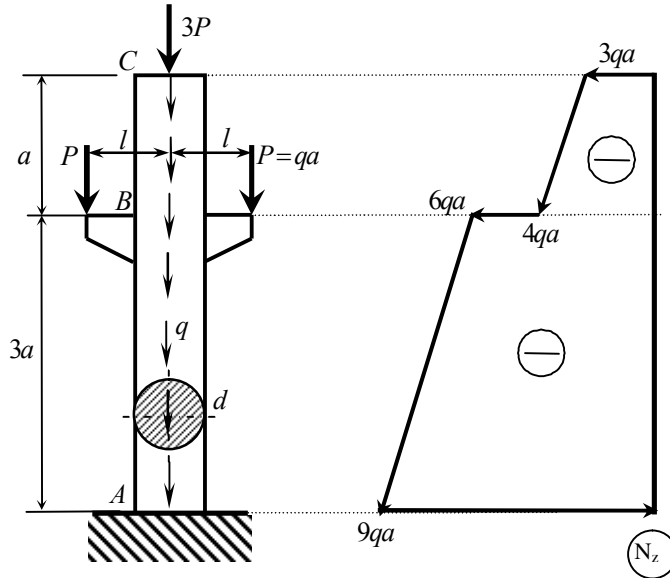
**3.3. Ví dụ 3:** Cột AC mặt cắt ngang không đổi hình tròn đường kính  $d$ , liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3. Cột làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 25 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $d = 20 \text{ cm}$ ;  $a = 2,5 \text{ m}$ .

a) Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

b) Xác định tải trọng cho phép  $[q]$  tác dụng lên cột theo điều kiện bền.

c) Với tải trọng tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt qua C.



Hình

a) Biểu đồ nội lực phát sinh trong cột như hình 3.

b) Theo điều kiện bền:  $|\sigma_z|_{\max} = \left| \frac{N_z}{F} \right|_{\max} \leq [\sigma_z]$

$$\Leftrightarrow \frac{9qa}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\sigma_z] \Rightarrow q \leq \frac{\pi d^2 [\sigma_z]}{36a} = \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 25}{36 \cdot 2,5} = 349,065 \text{ kN/m}$$

Chọn  $q = 349 \text{ kN/m}$

c) Chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt tại C:

$$\Delta L_{AC} = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{S_{N_z}}{EF} \right)_i = \frac{-\frac{1}{2}(3qa + 4qa)a - \frac{1}{2}(6qa + 9qa)3a}{E \frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{104qa^2}{E\pi d^2} = -\frac{104 \cdot 349 \cdot 2,5^2}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 20^2} = -9,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

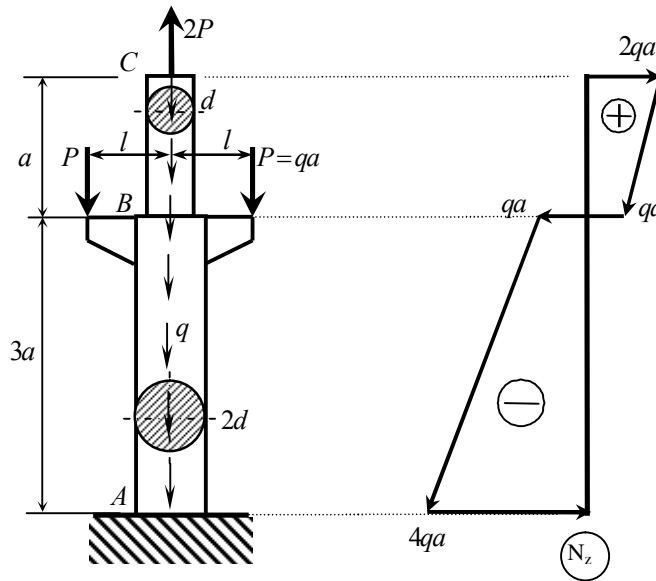
**3.4. Ví dụ 4:** Trục bậc AC mặt cắt ngang hình tròn đường kính  $2d$ ,  $d$ , liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.4. Trục làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 21 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $q = 750 \text{ kN/m}$ ;  $a = 1,2 \text{ m}$ .

a) Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục.

b) Xác định đường kính trục ( $d$ ) theo điều kiện bền.

c) Với  $d$  tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt qua C.



Hình 3.4

- a) Biểu đồ nội lực phát sinh trong cột như hình 3.4.  
b) Ứng suất lớn nhất phát sinh trong các đoạn AB, BC

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \sigma_z^{AB} \right|_{\max} = \frac{4qa}{\frac{\pi}{4}(2d)^2} = \frac{4qa}{\pi d^2} \\ \left| \sigma_z^{BC} \right|_{\max} = \frac{2qa}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{8qa}{\pi d^2} \end{array} \right. , \text{ vì } \left| \sigma_z^{BC} \right|_{\max} > \left| \sigma_z^{AB} \right|_{\max} \text{ nên chọn đoạn BC khảo sát.}$$

Theo điều kiện bền:  $\left| \sigma_z^{BC} \right|_{\max} = \frac{8qa}{\pi d^2} \leq [\sigma_z] \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{8qa}{\pi [\sigma_z]}} = \sqrt{\frac{8.750.1,2}{\pi.21}} = 10,45 \text{ cm}$

Chọn  $d = 11 \text{ cm}$

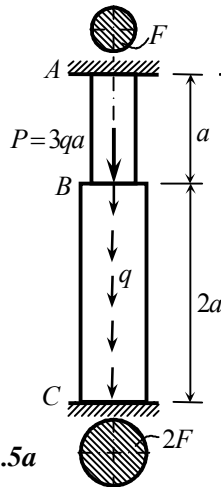
- c) Chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt tại C:

$$\Delta L_{AC} = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{S_{N_z}}{EF} \right)_i = \frac{\frac{1}{2}(2qa + qa)a - \frac{1}{2}(qa + 4qa)3a}{E \frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{24qa^2}{E\pi d^2} = -\frac{24.750.1,2^2}{2.10^4 \cdot \pi \cdot 11^2} \approx -3,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

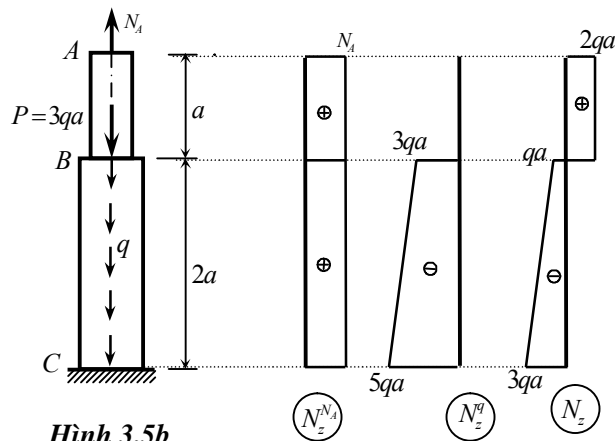
**3.5. Ví dụ 5:** Cho trục bậc mặt cắt ngang hình tròn, liên kết và chịu lực như hình 3.

Biết:  $[\sigma] = 21 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $F = 15 \text{ cm}^2$ ;  $a = 1,4 \text{ m}$ .

- a) Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.  
b) Xác định tải trọng cho phép  $q$  tác dụng lên cột theo điều kiện bền.  
c) Với tải trọng tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt qua B.



Hình 3.5a



Hình 3.5b

a) Xác định phản lực tại A và vẽ biểu đồ nội lực.

Giải phóng liên kết tại A, đặt phản lực và vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột do phản lực  $N_A$  và tải trọng sinh ra như hình 3.5b.

Phương trình biến dạng:  $\Delta L_{AC} = 0 \Leftrightarrow \Delta L_{AC}^{(N_A)} + \Delta L_{AC}^{(q)} = 0$

$$\frac{N_A \cdot a}{EF} + \frac{N_A \cdot 2a}{E \cdot 2F} - \frac{1}{2} \frac{8qa \cdot 2a}{E \cdot 2F} = 0 \Rightarrow N_A = 2qa$$

b) Xác định  $q$  theo điều kiện bền.

$$\begin{cases} \sigma_{\max}^{(AB)} = \frac{2qa}{F} \\ \sigma_{\max}^{(BC)} = \frac{3qa}{2F} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{\max} = \sigma_{\max}^{(AB)} = \frac{2qa}{F} \leq [\sigma]$$

$$\Rightarrow q \leq \frac{F \cdot [\sigma]}{2a} = \frac{15.21}{2.1,4} = 11,25 \text{ kN/m}. \text{ Chọn } [q] = 11 \text{ kN/m}$$

c) Tính chuyển vị của mặt cắt qua B.

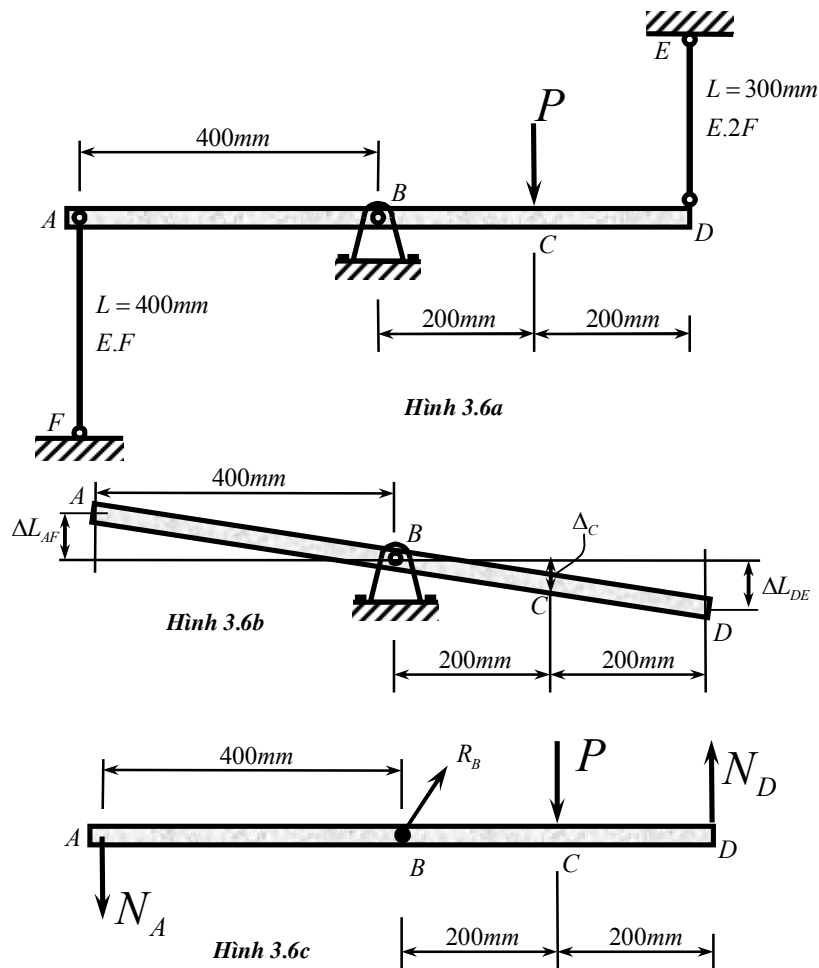
$$\Delta L_{BA} = \frac{2qa \cdot a}{EF} = \frac{2 \cdot 11 \cdot 1,4^2}{2 \cdot 10^4 \cdot 15} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

**3.6. Ví dụ 6:** Thanh AD tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại B và được giữ bởi hai thanh AF và DE. Các thanh AF và DE làm cùng vật liệu có mô đun đàn hồi E, ứng suất cho phép  $[\sigma]$ . Hệ chịu lực  $P = 450 \text{ kN}$  và có kích thước như hình 3.6a.

$$\text{Cho } E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2; [\sigma] = 25 \text{ kN/cm}^2$$

- Xác định ứng lực phát sinh trong hai thanh AF và DE.
- Xác định diện tích mặt cắt ngang F để hai thanh AF và DE cùng bền.
- Với F tìm được, tính chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực P.





a) Thanh  $AD$  tuyệt đối cứng (không biến dạng) khi chịu tác dụng của lực sẽ quay quanh  $B$  theo chiều kim đồng hồ như hình 3.6b. Vì vậy các thanh  $AF$  và  $DE$  cùng chịu kéo. Do đó ta đặt các ứng lực trong các thanh theo chiều như hình 3.6c.

Phương trình cân bằng:  $\sum m_B = 0 \Leftrightarrow N_A \cdot 400 - P \cdot 200 + N_D \cdot 400 = 0 \Rightarrow N_A + N_D = \frac{P}{2}$  (1)

Phương trình tương thích biến dạng của hai thanh  $AF$  và  $DE$ :  $\Delta L_{AF} = \Delta L_{DE}$

$$\Leftrightarrow \frac{N_A L_{AF}}{EF} = \frac{N_D L_{DE}}{E2F} \Leftrightarrow \frac{N_A 400}{EF} = \frac{N_D 300}{E2F} \Rightarrow N_D = \frac{8}{3} N_A \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:  $N_A = \frac{3}{22} P$ ;  $N_D = \frac{4}{11} P$

b) Kiểm tra bền hai thanh  $AF$  và  $DE$ :

Ứng suất lớn nhất phát sinh trong hai thanh  $AF$  và  $DE$ :

$$\begin{cases} \sigma_z^{AF} = \frac{N_A}{F} = \frac{3P}{22F} \\ \sigma_z^{DE} = \frac{N_D}{F} = \frac{4P}{11.2F} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{\max} = \sigma_z^{DE} = \frac{2P}{11F}$$

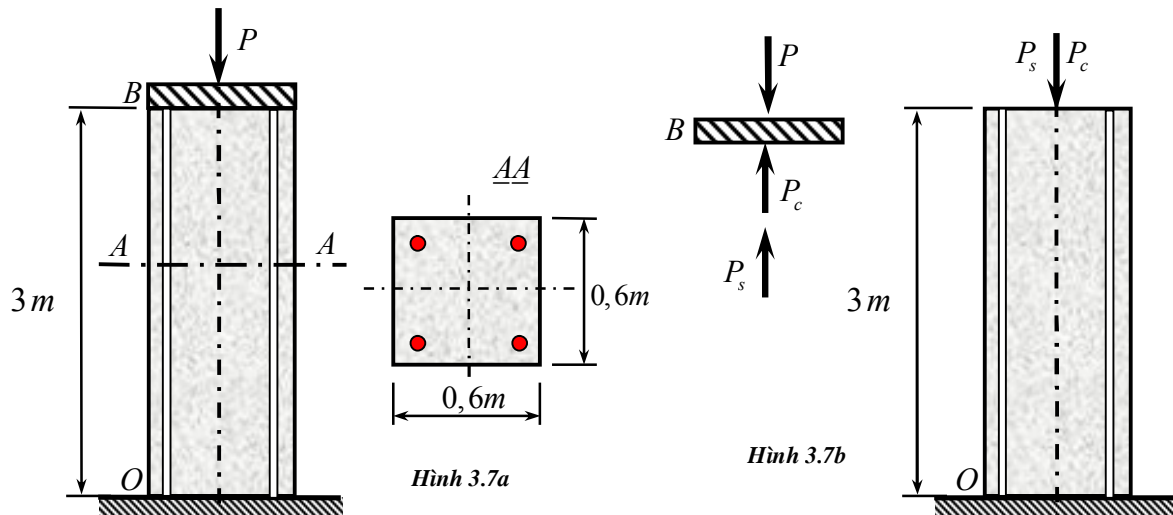
Theo điều kiện bền:  $|\sigma_z|_{\max} \leq [\sigma] \Leftrightarrow \frac{2P}{11F} \leq [\sigma] \Rightarrow F \geq \frac{2P}{11[\sigma]} = \frac{2.450}{11.25} = 3,27 \text{ cm}^2$

Chọn  $F = 3,3 \text{ cm}^2$ .

c) Chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực:

$$\Delta_C = \frac{1}{2} \Delta L_{DE} = \frac{1}{2} \frac{N_D L_{DE}}{E2F} = \frac{1}{2} \frac{4.450.300}{11.2.10^4.2.3,3} = 0,186 \text{ mm}$$

**Ví dụ 7:** Cho cột bê tông cốt thép chiều cao  $h = 3 \text{ m}$  có mặt cắt ngang hình vuông cạnh  $b = 0,6 \text{ m}$  được gia cường bởi 4 thanh thép, mỗi thanh có đường kính  $d = 28 \text{ mm}$  và được nén bởi lực  $P$  như hình 3.7a. Xem ứng xử của vật liệu là đàn hồi tuyến tính, tính lực  $P$  lớn nhất mà cột có thể chịu được nếu ứng suất cho phép trong thép và bê tông lần lượt là  $[\sigma_s] = 70 \text{ MPa}$ ,  $[\sigma_c] = 8 \text{ MPa}$ . Mô đun đàn hồi của thép và bê tông lần lượt là  $E_s = 200 \text{ GPa}$ ,  $E_c = 25 \text{ GPa}$ . Khi tính bỏ qua trọng lượng bản thân bê tông và cốt thép.



Để phân tích kết cấu này bằng phương pháp độ cứng, ta xét cân bằng đĩa cứng  $B$ . Gọi  $P_s$ ,  $P_c$  lần lượt là ứng lực phát sinh trong cốt thép và bê tông. Đĩa  $B$  cân bằng dưới tác dụng của tải trọng  $P$  và hai ứng lực phát sinh trong cốt thép và bê tông  $P_s$ ,  $P_c$ .

Ta có phương trình cân bằng:  $P = P_s + P_c$  (1)

Vì bê tông và thép liên kết với nhau nên ta có phương trình tương thích biến dạng: biến dạng của bê tông và cốt thép là như nhau:  $\Delta L_c = \Delta L_s \Leftrightarrow \frac{P_s \cdot h}{E_s F_s} = \frac{P_c \cdot h}{E_c F_c}$  (2) (với  $A_s$ ,  $A_c$  lần lượt là diện tích của cốt thép và bê tông).

Từ (1) và (2) ta có:  $P_s = \frac{E_s F_s}{E_s F_s + E_c F_c} P$ ;  $P_c = \frac{E_c F_c}{E_s F_s + E_c F_c} P$

Từ đó ta có thể tính được ứng suất phát sinh trong thép và bê tông:

$$\sigma_s = \frac{P_s}{F_s} = \frac{E_s P}{E_s F_s + E_c F_c}; \quad \sigma_c = \frac{P_c}{F_c} = \frac{E_c P}{E_s F_s + E_c F_c} \quad (3)$$

Từ (3) ta có thể tính được tải giới hạn mà thép và bê tông có thể chịu được:

$$P = \left( F_s + \frac{E_c}{E_s} F_c \right) [\sigma_s]; \quad P = \left( F_c + \frac{E_s}{E_c} F_s \right) [\sigma_c] \quad (4)$$

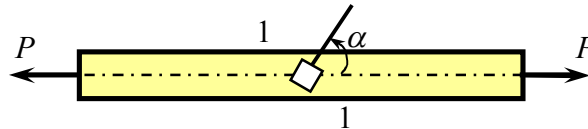
Diện tích của thép và bê tông: 
$$\begin{cases} F_s = 4 \frac{\pi d^2}{4} = \pi \cdot 28^2 = 2463 \text{ mm}^2 \\ F_c = b^2 - F_s = 600^2 - 2463 = 357537 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

Ta có tỉ số:  $\frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{25} = 8$

Từ phương trình (4) ta tính được: 
$$\begin{cases} P = \left( F_s + \frac{E_c}{E_s} F_c \right) [\sigma_s] = \left( 2463 + \frac{1}{8} 357537 \right) 70 = 3,3 \text{ MN} \\ P = \left( F_c + \frac{E_s}{E_c} F_s \right) [\sigma_c] = (357537 + 8 \cdot 2463) 8 = 3,0 \text{ MN} \end{cases}$$

Vậy lực lớn nhất cột có thể chịu được:  $P = 3 \text{ MN}$

**Ví dụ 8:** Cho thanh thẳng, mặt cắt ngang không đổi có diện tích  $F = 1600 \text{ mm}^2$  và mang một tải trọng  $P = 160 \text{ kN}$  như hình 3.8. Xác định ứng suất tác dụng trên tất cả các mặt của một phân tố quay một góc  $30^\circ$ .



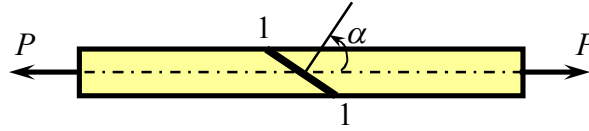
Hình 3.8

Ứng suất phát sinh trên mặt cắt ngang:  $\sigma_z = \frac{P}{F}$

Ứng suất phát sinh trên các mặt của phân tố quay một góc  $\alpha = 30^\circ$ :

$$\begin{cases} \sigma_u = \sigma_z \cos^2 \alpha = \frac{P}{F} \cos^2 \alpha = \frac{160}{1600} \cdot \cos^2 30^\circ = 0,075 \text{ kN/mm}^2 \\ \tau_{uv} = \frac{1}{2} \sigma_z \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \frac{P}{F} \sin 2\alpha = 0,5 \cdot \frac{160}{1600} \cdot \sin 60^\circ = 0,043 \text{ kN/mm}^2 \end{cases}$$

**Ví dụ 9:** Cho thanh thẳng, mặt cắt ngang không đổi có diện tích  $F = 968 \text{ mm}^2$  gồm hai đoạn được dán với nhau bằng keo tại mặt cắt 1-1, mặt cắt 1-1 tạo với phương đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$  như hình 3.9. Hệ chịu kéo bởi lực  $P = 16 \text{ kN}$  ở hai đầu. Biết rằng keo dán có độ bền chịu kéo  $[\sigma] = 13780 \text{ kN/m}^2$  và độ bền chịu cắt  $[\tau] = 6890 \text{ kN/m}^2$ . Kiểm tra bền mối nối này.



Hình 3.9

Ứng suất phát sinh trên mặt cắt ngang:  $\sigma_z = \frac{P}{F}$

Ứng suất phát sinh trên mặt cắt 1-1 tạo với phương đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$ :

$$\begin{cases} \sigma_u = \sigma_z \cos^2 \alpha = \frac{P}{F} \cos^2 \alpha = \frac{16}{968} \cdot \cos^2 30^\circ = 0,0123 \text{ kN/mm}^2 < [\sigma] = 0,0137 \text{ kN/mm}^2 \\ \tau_{uv} = \frac{1}{2} \sigma_z \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \frac{P}{F} \sin 2\alpha = 0,5 \cdot \frac{16}{968} \cdot \sin 60 = 7,157 \cdot 10^{-3} \text{ kN/mm}^2 > [\tau] = 6,89 \cdot 10^{-3} \text{ kN/mm}^2 \end{cases}$$

Vậy mối nối không đảm bảo điều kiện bền cắt.

### III) BÀI TẬP

**3.1.** Cột AC mặt cắt ngang không đổi hình tròn đường kính  $d$ , liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.1. Cột làm bằng vật liệu có môđun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

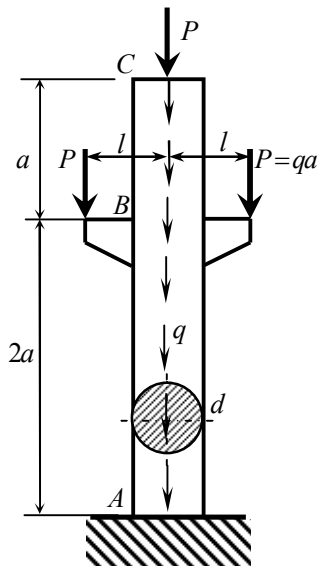
Biết:  $[\sigma] = 6 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $q = 35 \text{ kN/m}$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$ .

- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.
- Xác định đường kính cột  $d$ , theo điều kiện bền.
- Với  $d$  tìm được, tính biến dạng dài dọc trục của cột AC.

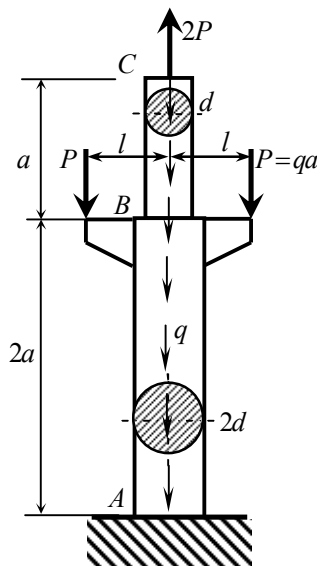
**3.2.** Trục bậc AC mặt cắt ngang hình tròn đường kính  $d_1, d_2$ , liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.2. Trục làm bằng vật liệu có môđun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 6 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $q = 35 \text{ kN/m}$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$ .

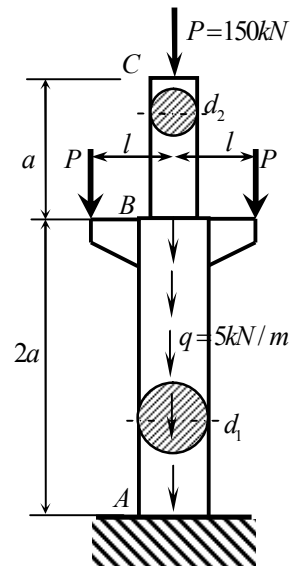
- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.
- Xác định đường kính cột  $d_1, d_2$ , theo điều kiện bền.
- Với  $d_1, d_2$  tìm được, tính biến dạng dài dọc trục của cột AC.



Hình 3.1



Hình 3.2

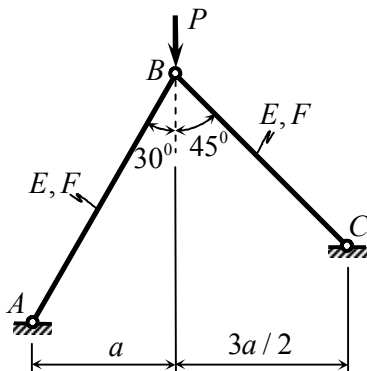


Hình 3.3

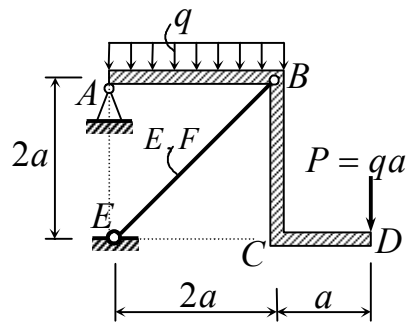
**3.3.** Trục bậc AC mặt cắt ngang hình tròn đường kính  $d_1, d_2$ , liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.3. Trục làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 6,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$ .

- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.
- Xác định đường kính trục  $d_1, d_2$ , theo điều kiện bền.
- Với  $d_1, d_2$  tìm được, tính biến dạng dài dọc trục của cột AC.



Hình 3.4



Hình 3.5

**3.4.** Cho hệ thanh chịu lực như hình 3.4. Các thanh trong dàn làm cùng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$  và ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và diện tích mặt cắt ngang  $F$ .

Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $P = 150 \text{ kN}$ ;  $a = 1 \text{ m}$

- Xác định ứng lực trong các thanh AB, BC theo  $P$ .

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để hai thanh cùng bền.

c) Với  $F$  tìm được, tính biến dạng dài dọc trục của hai thanh

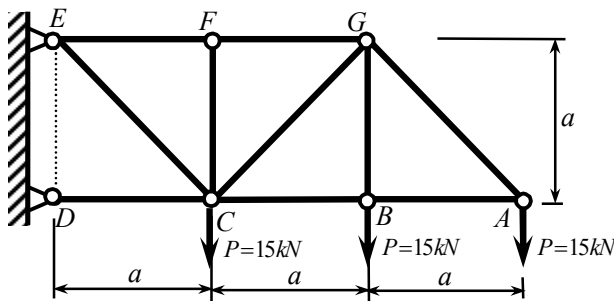
**3.5.** Thanh  $ABCD$  tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại  $A$  và được giữ bởi thanh  $EB$  như hình 3.5. Thanh  $EB$  làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$  và ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và diện tích mặt cắt ngang  $F$ .

Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $q = 150 \text{ kN/m}$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$

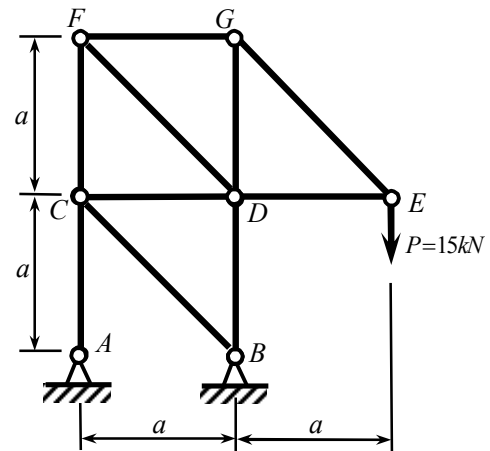
a) Xác định ứng lực trong thanh  $EB$  và phản lực liên kết tại  $A$  theo  $q, a$ .

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để thanh  $EB$  bền.

c) Với  $F$  tìm được, tính biến dạng của thanh  $EB$ .



Hình 3.6\_1



Hình 3.6\_2

**3.6.** Cho hệ dàn có kích thước và chịu lực như hình 3.6. Các thanh trong dàn làm cùng một loại vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và có cùng diện tích mặt cắt ngang là  $F$ . Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1,2 \text{ m}$

a) Xác định ứng lực trong các thanh của hệ dàn.

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để các thanh trong dàn cùng bền.

**3.7.** Thanh  $AC$  tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh như hình 3.7. Các thanh trong hệ làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$  và ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và diện tích mặt cắt ngang  $F$ . Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $F = 6 \text{ cm}^2$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$

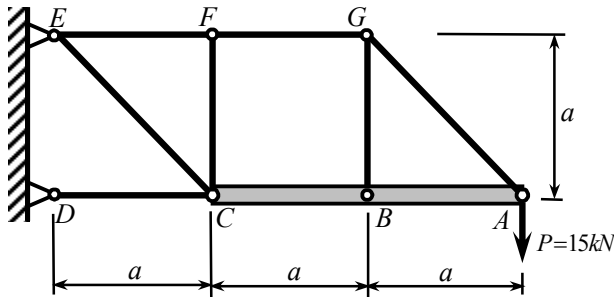
a) Xác định ứng lực trong các thanh theo  $P$ .

b) Xác định tải trọng cho phép,  $P$ , để các thanh trong hệ bền.

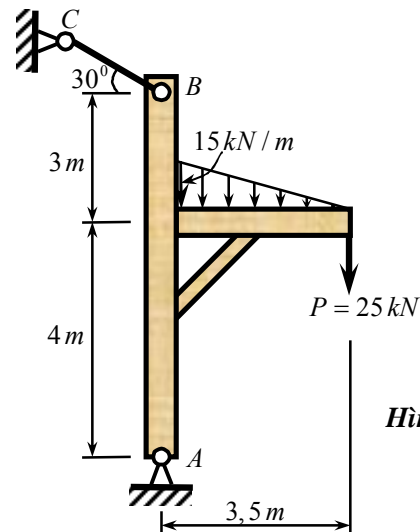
**3.8.** Khung  $AB$  tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại  $A$  và được giữ bởi thanh  $BC$  như hình 3.8. Thanh  $BC$  làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và diện tích mặt cắt ngang  $F$ . Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$

a) Xác định ứng lực trong thanh  $BC$  và phản lực liên kết tại  $A$ .

b) Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để thanh  $BC$  bền.



Hình 3.7

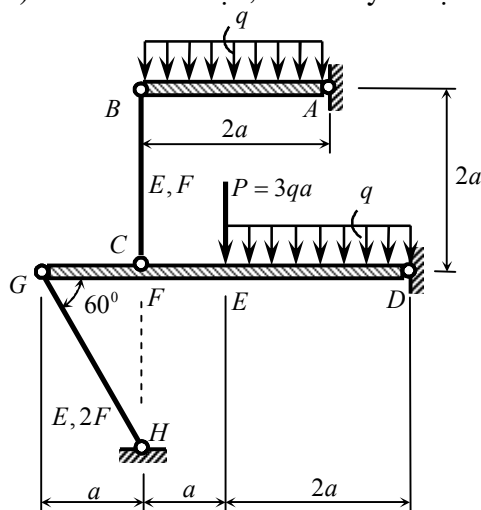


Hình 3.8

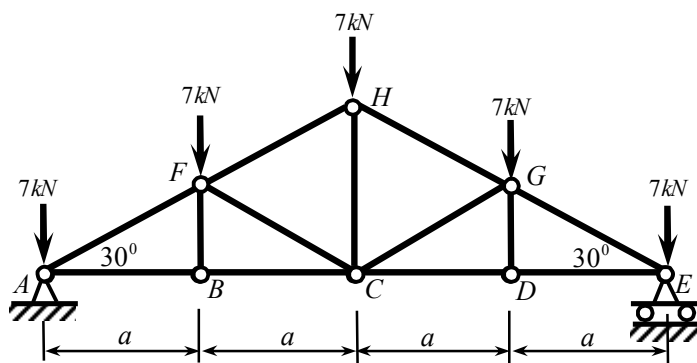
**3.9.** Các thanh  $AB, DG$  tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại  $A, D$  và được giữ bởi các thanh thanh giằng  $BC, HG$  như hình 3.9. Các Thanh giằng  $BC, HG$  làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và diện tích mặt cắt ngang lần lượt là  $F, 2F$ .

Cho:  $[\sigma] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1,2 \text{ m}$

- Xác định ứng lực trong các thanh  $BC, HG$ .
- Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để các thanh  $BC, HG$  cùng bền.
- Với  $F$  tìm được, tính chuyển vị thẳng của điểm đặt lực  $E$  và điểm  $B$ .



Hình 3.9



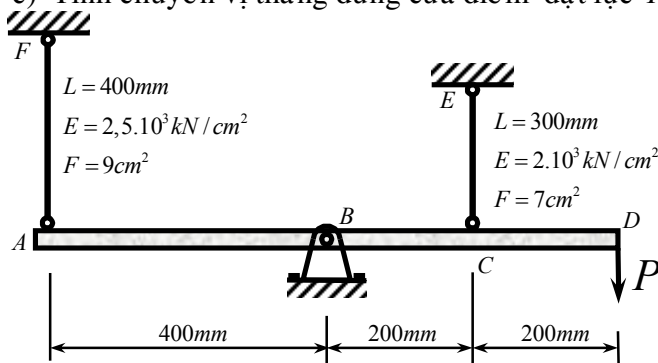
Hình 3.10

**3.10.** Cho hệ dầm có kích thước và chịu lực như hình 3.10. Các thanh trong dầm làm cùng một loại vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$  và có cùng diện tích mặt cắt ngang là  $F$ . Cho:  $[\sigma] = 40 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1 \text{ m}$

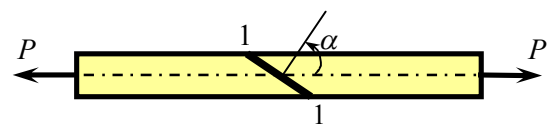
- Xác định ứng lực trong các thanh của hệ dầm.
- Xác định diện tích mặt cắt ngang,  $F$ , để các thanh trong dầm cùng bền.

**3.11.** Thanh  $AD$  tuyệt đối cứng chịu liên kết khớp xoay tại  $B$  và được giữ bởi hai thanh  $AF$  và  $CE$ . Hệ chịu lực  $P = 250 \text{ kN}$  và có kích thước như hình 3.11.

- Xác định ứng lực trong các thanh  $AF, CE$ .
- Xác định giá trị ứng suất phát sinh trong hai thanh  $AF$  và  $CE$ .
- Tính chuyển vị thẳng đứng của điểm đặt lực  $P$ .



Hình 3.11



Hình 3.12

**3.12.** Cho thanh thẳng, mặt cắt ngang không đổi có diện tích  $F = 980 \text{ mm}^2$  gồm hai đoạn được dán với nhau bằng keo tại mặt cắt 1-1, mặt cắt 1-1 tạo với phương đứng một góc  $\alpha = 26^\circ$  như hình 3.12. Hệ chịu kéo bởi lực  $P = 17 \text{ kN}$  ở hai đầu. Biết rằng keo dán có độ bền chịu kéo  $[\sigma] = 13780 \text{ kN/m}^2$  và độ bền chịu cắt  $[\tau] = 7890 \text{ kN/m}^2$ . Kiểm tra bền mối nối này.

**3.13.** Một thanh chịu kéo được làm từ hai phần dán với nhau bằng keo tại mặt cắt 1-1 như hình 3.12. Để làm thí nghiệm người ta thay đổi góc  $\alpha$  từ  $0^\circ$  đến  $60^\circ$ . Biết rằng ứng suất cho phép của mối nối bằng keo khi chịu cắt bằng  $3/4$  ứng suất cho phép của mối nối bằng keo khi chịu kéo. Xác định góc  $\alpha$  để thanh có thể mang được tải trọng lớn nhất có thể.

**3.14.** Giải bài toán 3.12 nếu ứng suất cho phép của mối nối bằng keo khi chịu kéo và cắt lần lượt bằng  $[\sigma] = 13780 \text{ kN/m}^2$ ;  $[\tau] = 6890 \text{ kN/m}^2$ , và tính giá trị của tải trọng lớn nhất  $P_{\max}$  với diện tích mặt cắt ngang của thanh  $F = 970 \text{ mm}^2$ .

**3.15.** Trục bậc  $AC$  mặt cắt ngang hình tròn liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.15. Trục làm bằng vật liệu có mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 6,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$ .

- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.
- Xác định đường kính trục  $d$ , theo điều kiện bền.



c) Với  $d$  tìm được, tính chuyển vị của mặt cắt tại  $B$ .

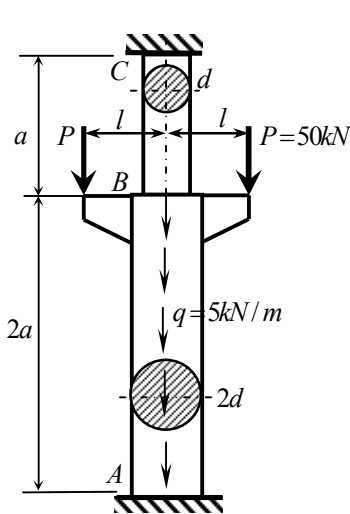
**3.16.** Trục bậc  $AC$  mặt cắt ngang hình tròn liên kết chịu lực và có kích thước như hình 3.16. Trục làm bằng vật liệu có môđun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép  $[\sigma]$ .

Biết:  $[\sigma] = 6,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $a = 1,5 \text{ m}$ ;  $d_1 = 16 \text{ cm}$ ;  $d_2 = 9 \text{ cm}$

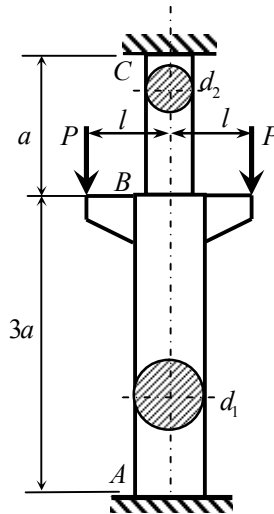
a) Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

b) Xác định tải trọng cho phép  $P$ , theo điều kiện bền.

c) Với  $P$  tìm được, tính chuyển vị của mặt cắt tại  $B$ .



Hình 3.15



Hình 3.16

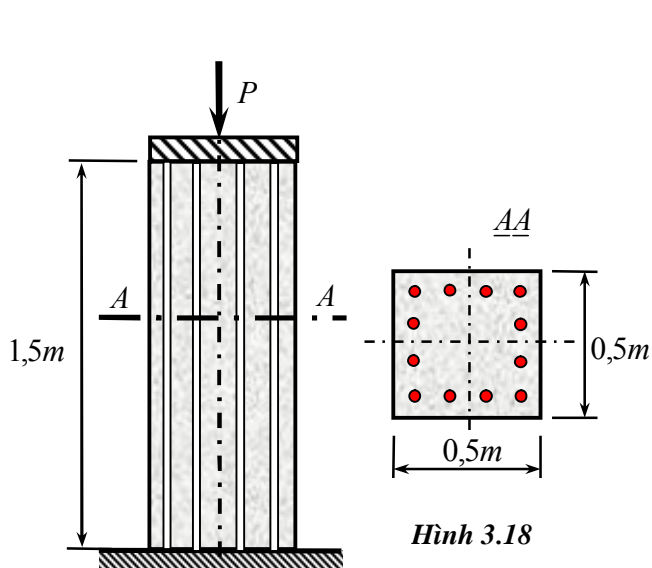


Hình 3.17

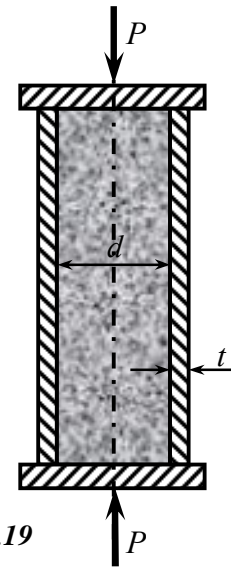
**3.17.** Thí nghiệm nén một mẫu bê tông hình trụ đường kính  $d = 150 \text{ mm}$  chịu nén bởi lực  $P$  như hình 3.17. Nếu ứng suất cắt lớn nhất phát sinh trong bê tông không được vượt quá trị số  $14 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ . Xác định trị số lớn nhất của lực  $P$ .

**3.18.** Cho cột bê tông cốt thép chiều cao  $h = 1,5 \text{ m}$  có mặt cắt ngang hình vuông cạnh  $b = 0,5 \text{ m}$  được gia cường bởi 12 thanh thép, mỗi thanh có đường kính  $d = 25 \text{ mm}$  và được nén bởi lực  $P$  như hình 3.18. Xem ứng xử của vật liệu là đàn hồi tuyến tính, tính lực  $P$  lớn nhất mà cột có thể chịu được nếu ứng suất cho phép trong thép và bê tông lần lượt là  $[\sigma_s] = 70 \text{ MPa}$ ,  $[\sigma_c] = 8 \text{ MPa}$ . Môđun đàn hồi của thép và bê tông lần lượt là  $E_s = 200 \text{ GPa}$ ,  $E_c = 25 \text{ GPa}$ . Khi tính bỏ qua trọng lượng bản thân bê tông và cốt thép.

**3.19.** Ống thép tròn đường kính trong  $d = 50 \text{ cm}$  và bề dày thành ống  $t = 2 \text{ cm}$  bên trong đổ đầy bê tông và bị nén giữa hai tấm cứng như hình 3.19, tính lực  $P$  lớn nhất mà kết cấu có thể chịu được nếu ứng suất cho phép trong thép và bê tông lần lượt là  $[\sigma_s] = 70 \text{ MPa}$ ,  $[\sigma_c] = 8 \text{ MPa}$ . Môđun đàn hồi của thép và bê tông lần lượt là  $E_s = 200 \text{ GPa}$ ,  $E_c = 25 \text{ GPa}$ . Khi tính bỏ qua trọng lượng bản thân bê tông và cốt thép.



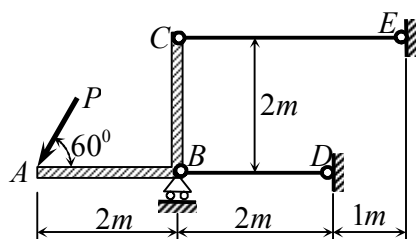
Hình 3.18



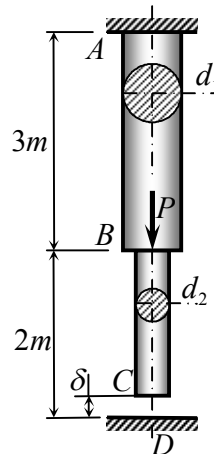
Hình 3.19

**3.20.** Thanh gãy khúc  $ABC$  tuyệt đối cứng chịu liên kết gối di động tại  $B$  và được giằng bởi các thanh  $BH$ ,  $CD$  như **hình B.3.20**. Các thanh  $BH$ ,  $CD$  có cùng diện tích mặt cắt ngang  $F$ , mô đun đàn hồi  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$  và ứng suất cho phép  $[\sigma] = 6 \text{ kN/cm}^2$ . Cho:  $P = 200 \text{ KN}$ ;  $\left[ \frac{\Delta L}{L} \right] \leq 3,6 \cdot 10^{-3}$ .

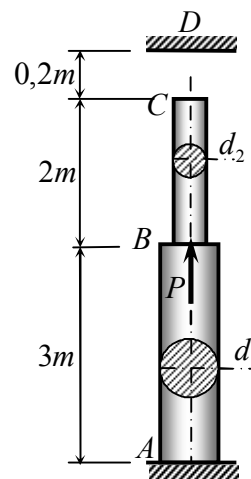
- Xác định diện tích  $F$  theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại  $A$ .



Hình B.3.20



Hình B.3.21



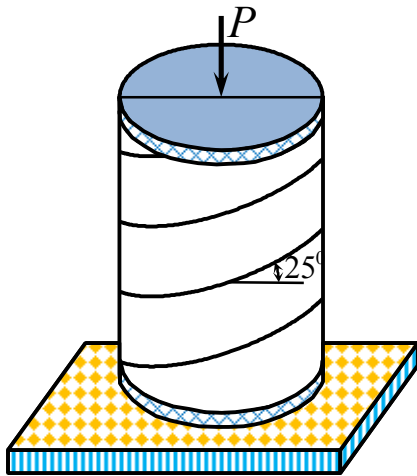
Hình B.3.22

**3.21.** Trục bậc  $AC$ , liên kết, chịu lực và có kích thước như **hình B.3.21**. Khe hở giữa đầu  $C$  của trục và ngàm  $D$  là  $\delta$ . Xác định  $P$  cần thiết để đầu  $C$  vừa chạm  $D$ . Trong trường hợp tác dụng lên trục lực  $P_1 = 2P$ , xác định phản lực tại  $C$ , vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong

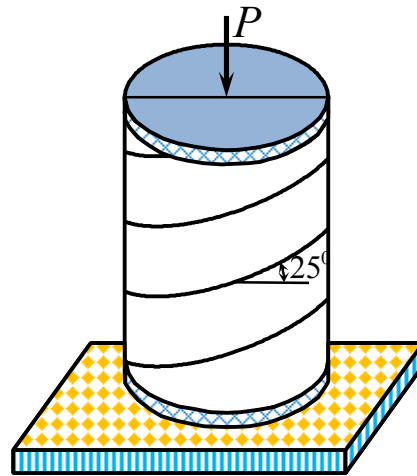
trục, kiểm tra bền của trục và tính chuyển vị của mặt cắt tại  $B$ . Cho:  $[\sigma] = 9,5 \text{ KN/cm}^2$ ;  $E = 2000 \text{ KN/cm}^2$ ;  $d_1 = 48 \text{ mm}$ ;  $d_2 = 22 \text{ mm}$ ;  $\delta = 0,8 \text{ mm}$ .

**3.22.** Trục bậc  $AC$ , liên kết, chịu lực và có kích thước như **hình B.3.22**. Khe hở giữa đầu  $C$  của trục và ngàm  $D$  là  $0,2 \text{ m}$ . Trục chịu tác dụng một lực  $P = 500 \text{ kN}$  tại  $B$ . Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục, kiểm tra bền của trục và tính chuyển vị của mặt cắt tại  $B$ . Cho:  $[\sigma] = 7,5 \text{ KN/cm}^2$ ;  $E = 2000 \text{ KN/cm}^2$ ;  $d_1 = 48 \text{ mm}$ ;  $d_2 = 32 \text{ mm}$ .

**3.23.** Một ống thép đường kính ngoài  $300 \text{ mm}$  được chế tạo từ tấm thép dày  $6 \text{ mm}$  bằng cách hàn tấm thép theo đường xoắn ốc góc  $25^\circ$  như hình vẽ. Ống thép chịu nén một lực  $P = 250 \text{ kN}$ . Xác định ứng suất tiếp và ứng suất pháp phát sinh trong mỗi hàn.



Hình B.3.23



Hình B.3.24

**3.24.** Một ống thép đường kính ngoài  $300 \text{ mm}$  được chế tạo từ tấm thép dày  $6 \text{ mm}$  bằng cách hàn tấm thép theo đường xoắn ốc góc  $25^\circ$  như hình vẽ. Biết rằng mỗi hàn có thể chịu được ứng suất và ứng suất tiếp bằng  $[\sigma] = 50 \text{ MPa}$ ,  $[\tau] = 30 \text{ MPa}$ . Xác định trị số lực  $P$  lớn nhất ống thép có thể chịu được.