

A. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+4}{x+1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm trên đồ thị (C) hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

Câu II: (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} = 0 \end{cases}$$

2. Giải phương trình:
$$\frac{\sin^2 x - 2}{\sin^2 x - 4\cos^2 \frac{x}{2}} = \tan^2 \frac{x}{2}$$

Câu III: (1,0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = e$

Câu IV: (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), đáy là tam giác ABC vuông cân đỉnh C, cạnh bên SC=a. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

1. Tính thể tích khối chóp theo a và α .
2. Với a cố định, xác định α để thể tích khối chóp lớn nhất. Tính giá trị đó.

Câu V: (1,0 điểm) Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn: $\sqrt{xy} + \sqrt{xz} + \sqrt{yz} = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$

B. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần a hoặc b).

a. Theo chương trình chuẩn:

Câu VIa: (1,0 điểm) Trên mặt phẳng tọa độ cho tam giác với một cạnh có trung điểm là M(-1;1), còn hai cạnh kia có phương trình là: $x + y - 2 = 0$ và $2x + 6y + 3 = 0$. Hãy xác định tọa độ các đỉnh của tam giác.

Câu VIIa: (1,0 điểm) Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$

trên mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 2z - 1 = 0$

Câu VIIIa: (1,0 điểm) Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = 1$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

b. Theo chương trình nâng cao:

Câu VIb: (1,0 điểm) Viết phương trình đường tròn (C) đi qua điểm A(6; 4) và tiếp xúc với đường thẳng Δ có phương trình $x + 2y - 5 = 0$ tại điểm B(3;1).

Câu VIIb: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$$

$$d_2 : \frac{x+2}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$$

Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm I(2; -3; -10) sao cho d cắt d_1 và đồng thời vuông góc với d_2 .

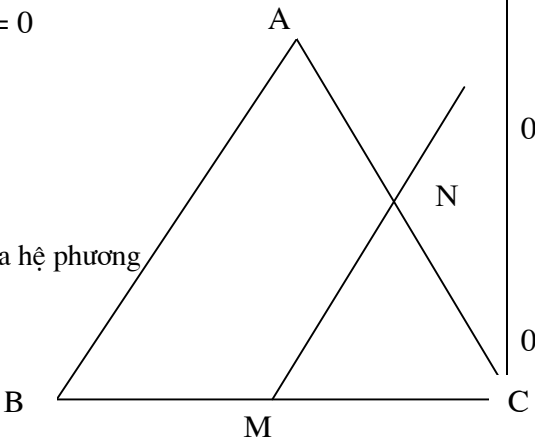
Câu VIIIb: (1,0 điểm) Cho số phức $z = \left(\frac{7+i}{4-3i} \right)^n$. Tìm n nguyên dương để:

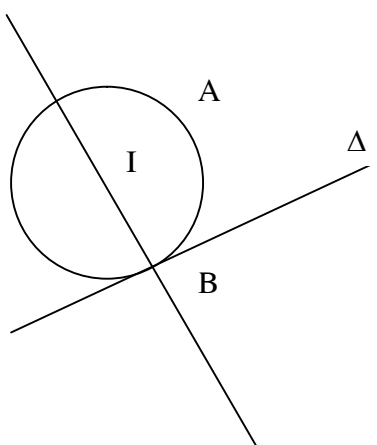
1. z là số thực.
2. z là số thuần ảo.

Cảm ơn bạn phamngocchuyen@gmail.com gửi đến www.laisac.page.tl

ĐÁP ÁN- THANG ĐIỂM MÔN TOÁN- KHỐI A-B (LẦN 2) NĂM 2012

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM												
Câu I	1. Khảo sát + TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	0.25												
	+ Sự biến thiên: $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0 \quad \forall x \in D$ Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$ Hàm số không có cực trị. Đồ thị hàm số nhận đường thẳng có pt $x = -1$ làm TCĐ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng có pt $y = 2$ làm TCN	0.25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td> </td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td> </td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	-		-	y	$+\infty$		$-\infty$	0.25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
	y'	-		-										
y	$+\infty$		$-\infty$											
+ Đồ thị: Giao với trục Ox: $(-2; 0)$ Giao với trục Oy: $(0; 4)$ Đồ thị nhận $I(-1; 2)$ làm tâm đối xứng	0.25													
2. Hai điểm A, B cần tìm thuộc đường thẳng $y = 2x + m$ (m là tham số) Pt hoành độ giao điểm $\frac{2x+4}{x+1} = 2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + mx + m - 4 = 0 (*) \end{cases}$ Để pt có nghiệm, điều kiện $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 32 \geq 0 \quad \forall m$ Gọi $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của đoạn AB, ta có $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-m}{4} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{m}{2} \end{cases}$ Do I thuộc đường thẳng $y = \frac{-1}{2}x + 1$ nên $\frac{m}{2} = \frac{-1}{2}(\frac{-m}{4}) + 1 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$ Khi đó (*) trở thành $3x^2 + 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}, x = \frac{-2 + \sqrt{10}}{3}$ Vậy $A(\frac{-2 - \sqrt{10}}{3}; \frac{4 - 2\sqrt{10}}{3}), B(\frac{-2 + \sqrt{10}}{3}; \frac{4 + 2\sqrt{10}}{3})$	0.25 0.25 0.25 0.25													
Câu II	1. Điều kiện $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$. Hệ pt $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^3 - 3(x+1)^2 = y^3 - 3y^2 \quad (1) \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} = 0 \quad (2) \end{cases}$ Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t^2$ trên $[0; 2]$, ta có $f'(t) = 3t^2 - 6t \leq 0 \quad \forall t \in [0; 2]$ Nên từ pt (1) ta có $y = x + 1$. thay vào pt (2), ta được $2\sqrt{1-x^2} = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2\sqrt{2}-2}$ Kết luận : hệ phương trình có các nghiệm :	0.25 0.25 0.25												

Câu VIa	<p>Giả sử A là đỉnh đối diện với cạnh đi qua đỉnh M, pt các cạnh AB, AC lần lượt là $x+y-2=0$ và $2x+6y+3=0$ Khi đó toạ độ đỉnh A là nghiệm của hệ pt</p> $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+6y+3=0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{15}{4}; -\frac{7}{4}\right)$ <p>Gọi d_1 là đường thẳng đi qua M và song song với AB, Khi đó d_1 có phương trình $x+y=0$ Gọi N là trung điểm cạnh AC, khi đó toạ độ N là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x+6y+3=0 \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ <p>Do N là trung điểm AC nên</p> $\begin{cases} \frac{3}{4} = \frac{x_c + \frac{15}{4}}{2} \\ -\frac{3}{4} = \frac{y_c - \frac{7}{4}}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{-9}{4}; \frac{1}{4}\right)$ <p>Do M là trung điểm BC nên</p> $\begin{cases} -1 = \frac{x_b - \frac{9}{4}}{2} \\ 1 = \frac{y_b + \frac{1}{4}}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right)$ <p>Vậy $A\left(\frac{15}{4}; -\frac{7}{4}\right); B\left(\frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right); C\left(\frac{-9}{4}; \frac{1}{4}\right)$</p>	 <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
	<p>Gọi A là giao điểm của d và (P). Toạ độ A(x; y) là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} 2x-y+2z-1=0 \\ x=2-t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases} \Rightarrow A(3; -1; -3)$ <p>Gọi B(2; 0; -1) thuộc d. Phương trình đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P) có pt</p> $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-t \\ z=-1+2t \end{cases}$ <p>Toạ độ hình chiếu B' của B trên mp(P) là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} 2x-y+2z-1=0 \\ x=2+2t \\ y=-t \\ z=-1+2t \end{cases} \Rightarrow B'\left(\frac{16}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{11}{9}\right)$ <p>Hình chiếu của d trên (P) là đt AB' có pt</p> $\begin{cases} x=3-11t \\ y=-1+10t \\ z=-3+16t \end{cases}$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

Câu VIIIa	Đặt $z=x+yi$ (x,y thuộc \mathbb{R}). Khi đó $ z-2+3i =1 \Leftrightarrow x+yi-2+3i =1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=1$ (1)	0.25
	Từ hệ thức (1) suy ra các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn hệ thức đã cho nằm trên đường tròn (C) tâm $I(2; -3)$ bán kính $R=1$	0.25
	Đường thẳng OI có phương trình $\begin{cases} x=2t \\ y=-3t \end{cases}$	
	Giao điểm của đường thẳng OI và đường tròn (C) là : $M_1\left(2-\frac{2\sqrt{13}}{13}; -3+\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$ và $M_2\left(2+\frac{2\sqrt{13}}{13}; -3-\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$	0.25
	Kết luận : Số phức z thoả mãn điều kiện có môđun nhỏ nhất là $z=\left(2-\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)+\left(-3+\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)i$	0.25
Câu VIb	Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của (C). đường thẳng d vuông góc với Δ tại B có phương trình $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \end{cases}$	0.25
	Do (C) tiếp xúc với Δ tại B nên $I \in d$ hay $I(3+t; 1+2t)$	0.25
	Mặt khác $IA=IB$ nên: $(t-3)^2+(2t-3)^2=t^2+(2t)^2 \Leftrightarrow t=1$	0.25
	Vậy $I(4;3)$ và $R=\sqrt{5}$	0.25
	Phương trình đường tròn (C) là $(x-4)^2+(y-3)^2=5$	0.25
Câu VIIb		
	Gọi $A(t; 2+2t; -1-3t) \in d_1$ và $\vec{u}=(-2; 2; -1)$ là một VTCP của d_2 . Ta có $\vec{AI}=(t-2; 2t+5; 9-3t)$. Do $d \perp d_2$ nên $\vec{AI} \cdot \vec{u}_2=0 \Leftrightarrow -2(t-2)+2(2t+5)-(9-3t)=0$ $\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A(-1; 0; 2)$ và $\vec{IA}=(-3; 3; 12)$	0.5
	Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2-t \\ y=-3+t \\ z=-10+4t \end{cases}$	0.5
Câu VIIIb	Ta có : $z=\left[\frac{(7+i)(4+3i)}{25}\right]^n=\left(\frac{25+25i}{25}\right)^n=(1+i)^n$	0.25
	$z=\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^n=(\sqrt{2})^n\left(\cos\frac{n\pi}{4}+i\sin\frac{n\pi}{4}\right)$ (1)	0.25
	1. z là số thực $\Leftrightarrow \sin\frac{n\pi}{4}=0 \Leftrightarrow \frac{n\pi}{4}=k\pi \Leftrightarrow n=4k$ ($k \in \mathbb{N}^*$)	0.25
	2. z là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{n\pi}{4}=0 \\ \sin\frac{n\pi}{4} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{n\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow n=4k+2$ ($k \in \mathbb{N}$)	0.25

Lưu ý: Nếu thí sinh làm theo cách khác đáp án trên nhưng đúng thì vẫn cho điểm tối đa.