PAGE ٢٠٠٣ /١٤/٢٩
DATE

Interpolation and Curve fitting

First interpolation :-

$Temp. = X_i$	0°	5°	10°	15°
$Viscosity = f(x_i) = y_i$	1.7	1.519	1.308	1.140

دة معلوم و انا عايز اجيب حاجة مش موجودة فيه
زى انى انا عايز اعرف ال vis. عند 12° مثلاً
وده بحسبه بال intp.

كثيرة حدود

⇒ Polynomial intp. :-

يعني هنبقي عايز أجيب علاقة تربط بين القيم السابقة

$y_i = 5x^4 + 3x^2 + 8x + 6$

* لازم يكون عندى poly. تربط بين القيم دى

وتكون درجة المعادلة هى n حيث n اقل من مجموعة النقط (القيم) بـ 1 على الأكثر .. يعنى ممكن تكون اقل من n لكن لا تزيد عنه

max $n = 3$
power (x^3)

[1] lagrange method :-

Ex :- Find a polynomial that interpolates the data ⇒

	x_0	—	x_2
X_i	1/3	1/4	1
y_i	2	-1	7
	y_0	—	y_2

⇒ max $n = 2$

⇒ * $P_m(x) = y_0 l_0 + y_1 l_1 + y_2 l_2$ ⇒ where l_0, l_1, l_2 ⇒ lagrange Basis functions.

⇒ $l_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}$, $l_1 = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}$, $l_2 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}$

$= \frac{(x-1/3)(x-1)}{(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})(\frac{1}{3}-1)} =$

$P_m(x) = 2l_0 + (-1)l_1 + 7l_2 = -\frac{79}{6} + \frac{349}{6}x - 38x^2$ ... وهكذا

* if it's req. to get y at $x=\frac{1}{2}$ ⟹ Just Sub. in P_m.

* if there are 4 x(s) ⟹ $i=4$ ⟹ for Ex: $L_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}$

and so on

[2] Newton's intp. formula:- ① Divided difference Method:-

for ⟹

x_i	x_0	x_1	$x_2 \cdots x_n$
$f(x_i)$	$f(x_0)$	------	$f(x_n)$

Div. dif. function ⟹ $f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ ⟹ 1^{st} order div. dif. $\simeq f'(x)$

$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2]-f[x_0, x_1]}{x_2-x_0}$ ⟹ 2^{nd} order ~ $\simeq \frac{1}{2} f''(x)$

Ex:-

x_i	3	4	6	10	15
$f(x_i)$	45	116	414	1970	6705

Div. dif. table:-

x_i	$f(x_i)$				
3	45				
		$\frac{116-45}{4-3}=71$			
4	116		$\frac{149-71}{6-3}=26$		
		$\frac{414-116}{6-4}=149$		$\frac{40-26}{10-3}=2$	
6	414		$\frac{389-149}{10-4}=40$		0
		$\frac{1970-414}{10-6}=389$		$\frac{62-40}{15-4}=2$	
10	1970		$\frac{947-389}{15-6}=62$		
		$\frac{6705-1970}{15-10}=947$			
15	6705				

$$P_m(x) = f(x_0) + (x-x_0) f[x_0, x_1] + (x-x_0)(x-x_1) f[x_0, x_1, x_2] + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) f[x_0, x_1, x_2, x_3] + \cdots$$

until 0

$$P_m = 45 + (x-3)(71) + (x-3)(x-4)(26) + (x-3)(x-4)(x-6)(2) + 0 = 2x^3 - 3x$$

To get $f(4.4) \Rightarrow$ 3 $\rightarrow$ let $x_0 = 116 \Rightarrow f(4.4) = 116 + (4-40-4)(149)$

4 هي الأقرب لـ 4.4

6

$+ (4.4-4)(4.4-6)(40)$

$+ (4.4-4)(4.4-6)(4.4-10)(2)$

$= 157.168$

وفي الحالة دي كمان أنا مش محتاج اجيب ~~ابو~~ البولينوميال نفسي لأني ممكن اعوض على طول .

* دائماً خد الرقم الأقل $\Leftarrow$ if req. 3.5 $\Leftarrow$ take 3 not 4 .

② Dif. operator method :- $\Rightarrow$ Just in case of equal space points :-

Ex :-

	2	2	2	2	2	
2	4	6	8	10	12	
-7	-3	6	25	62	129	

2	-7	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4	Δ^5
		4				
4	-3		5			
		9		5		
6	6		10		3	
		19		8		1
8	25		18		4	
		37		12		
10	62		30			
		67				
12	129					

$\Rightarrow P_m(x) = f(x_0) + S\Delta f + \frac{S(S-1)\Delta^2 f}{2!} + \frac{S(S-1)(S-2)\Delta^3 f}{3!} + \cdots$

$S = \frac{x - x_0}{h}$

step $\Rightarrow$ space = 2

$h = 2 \Rightarrow x_0 = 2$

$f(3)$, $x_0 = 2$, $h = 2 \Rightarrow S = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow f(3) = (-7) + \frac{1}{2}(4) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2!}(5) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{3!}(5) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)(\frac{1}{2}-3)}{4!}(3)$

$+ \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)\cdots(\frac{1}{2}-4)}{5!}(1) = -5.4$